



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Микроэкономика

Лекция 9

Александр Тарасов
Департамент теоретической экономики

Вероятность

- Вероятность события – степень (относительная мера) возможности наступления некоторого случайного (может произойти или не произойти) события.
 - достоверное событие (вероятность наступления 100%)
 - невозможное событие (вероятность наступления 0%)
- Благоприятствующий исход (для события) – исход, появление которого влечет за собой наступление события
- **Классическое определение вероятности:** вероятность события A равняется отношению количества благоприятствующих исходов к общему числу **равновозможных** исходов (примеры, бросаем монетку или кости)

- **Статистическое (эмпирическое) определение вероятности:**
частота наступления события (при большом количестве опытов, частота наступления события стремится к его вероятности)
- В современной теории вероятностей используется **аксиоматика Колмогорова** (основана на теории меры множества)

Выбор в условиях неопределенности (пример)

- **Страховка:** машина стоимостью 1 миллион и с вероятностью $p=0.01$ (один процент) на нее может упасть дерево, ущерб будет 300000
- В этом случае: с вероятностью p , 700000, с вероятностью $1-p$, 1000000.
- Агент может купить полную страховку стоимостью 10000 рублей. В этом случае, ущерб (в случае падения дерева) будет полностью возмещен.
- Если страховка куплена: с вероятностью p , $1000000-300000+300000-10000=990000$, с вероятностью $1-p$, $1000000-10000=990000$.
- Что выберет агент? Зависит от его предпочтений!

Состояния природы и лотереи

- Различные исходы случайного события – **состояния природы** (states of nature)
- В случае страховки: упало дерево (например, из-за ветра) и повредило машину или не упало
- Может быть много различных состояний природы!
- В случае страховки: две альтернативы (две **лотереи**)
- Потребители имеют отношение предпочтения на множестве этих альтернатив/лотерей

Множество лотерей и функция полезности

- Будем обычно рассматривать два состояния природы (упало дерево и не упало, например) и потребление (или денежное благосостояние) в этих состояниях, c_1 и c_2 (contingent consumption)
- π_1 – вероятность состояния природы 1, π_2 – вероятность состояния природы 2, $\pi_2 = 1 - \pi_1$
- $L = ((\pi_1, \pi_2), (c_1, c_2))$ – лотерея!
- Функция полезности, $U(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2)$, которая представляет отношение предпочтения агента на множестве лотерей (в случае двух состояний природы)

Функция полезности и ожидаемая полезность

- Примеры: $\pi_1 c_1 + \pi_2 c_2$ (математическое среднее потребления), $c_1^{\pi_1} c_2^{\pi_2}$ (функция полезности Кобб-Дугласа), если взять логарифм, то $\pi_1 \ln(c_1) + \pi_2 \ln(c_2)$.
- Более общий пример:

$$U(c_1, c_2, \pi_1, \pi_2) = \pi_1 * v(c_1) + \pi_2 * v(c_2)$$

- Функция полезности в этом случае является взвешенной суммой полезностей от потребления ($v(c_1)$ и $v(c_2)$) в каждом состоянии природы!

Функция полезности и ожидаемая полезность

- То есть, получаем **ожидаемую (среднюю) полезность!**
- Также такая функция полезности называется **функцией полезности Неймана-Моргенштерна**
- В случае n состояний природы:

$$U(c_1, \dots, c_n, \pi_1, \dots, \pi_n) = \sum_{i=1}^n \pi_i v(c_i)$$

- Разумно ли предполагать, что предпочтения могут быть представлены ожидаемой полезностью?
- Ожидаемая полезность обладает свойством “**независимости от посторонних альтернатив**”.

Функция полезности и ожидаемая полезность

- Рассмотрим пример покупки страховки дома от пожара:
 - в полезность агента входит богатство, которое у него есть **сейчас** (стоимость дома, деньги) c_0 , богатство в случае, если его дом сгорит, c_1 , и богатство в случае, если ничего с домом не случится, c_2 .
 - пусть π_1 вероятность пожара (π_2 вероятность, что пожара не будет), тогда полезность агента в общем виде может представлена $U(\pi_1, \pi_2, c_0, c_1, c_2)$
 - агент рассматривает выбор между тем количеством денег, которое он готов отдать сейчас, и количеством денег, которое он получит в случае пожара (предельная норма замещения между c_0 и c_1)

Функция полезности и ожидаемая полезность

- Разумно **предположить**, что этот выбор не должен зависеть от его благосостояния в другом состоянии природы (когда дом не сгорит), так как состояния природы взаимоисключающие.
- Другими словами, выбор между c_0 и c_1 не зависит от величины c_2
 - если дом сгорит, то значение c_2 абсолютно нерелевантно (это событие не произошло).
- Другой пример: кофе, чай, молоко.
- Ожидаемая полезность удовлетворяет этому свойству (предположению):

$$U(c_1, \dots, c_n, \pi_1, \dots, \pi_n) = \sum_{i=1}^n \pi_i v(c_i)$$

$$MRS_{ij} = \frac{\partial U / \partial c_i}{\partial U / \partial c_j} = \frac{\pi_i v'(c_i)}{\pi_j v'(c_j)}$$

не зависит от потребления в других состояниях природы.

Отношение к риску

- Еще один простой пример: 1000 рублей и возможность сыграть в “орел или решка”.
- В случае победы у вас 1500, в случае поражения 500 рублей.
- Ожидаемый выигрыш: $0.5 \cdot 1500 + 0.5 \cdot 500 = 1000$, в точности, что у вас есть сейчас
- Ожидаемая полезность: $0.5 \cdot v(1500) + 0.5 \cdot v(500)$
- Будете ли вы играть? Картинка на доске.

Отношение к риску и премия за риск

- Если $v(\cdot)$ вогнута, то агент не любит риск (рискгофоб, agent is risk averse). Чем больше вогнута функция, тем больше агент не любит риск.
- Если $v(\cdot)$ выпукла, то агент любит риск (рискгофил, agent is risk lover)
- Если $v(\cdot)$ линейна, то агент нейтрален к риску (agent is risk neutral)
- **Денежный эквивалент лотереи:** такая сумма, которую агент получает с 100% вероятностью, и полезность агента от этой суммы равна полезности от лотереи.

Отношение к риску и премия за риск

- Для рискофоба: денежный эквивалент меньше, чем ожидаемый выигрыш.
- Для рискофила: денежный эквивалент больше.
- Для агента нейтрального к риску: денежный эквивалент в точности равен ожидаемому выигрышу
- **Премия за риск («компенсация за принятие риска»):** разница между ожидаемым выигрышем и денежным эквивалентом

Отношение к риску и премия за риск

- Для рискофоба премия положительна: максимальная сумма, которую агент готов заплатить, чтобы гарантированно получить ожидаемый выигрыш и не играть в лотерею
- Для рискофила отрицательна: минимальная сумма, которую надо дать агенту, чтобы он согласился гарантированно получить ожидаемый выигрыш (а не играть в лотерею)
- Для агента нейтрального к риску премия равна нулю

Последняя лекция!

СПАСИБО!