

036

#1

1) Ожидаемый выигрыш: $\frac{1}{4} \cdot 20000 + \frac{3}{4} \cdot 4000 =$

$$= 5000 + 3000 = 8000 > 7000$$

сумма, которую
агент имеет с 100%
вероятностью

Если бы ожидаемый выигрыш был бы меньше
или 7000, то агент-рискофоб не играл бы,
а получил 7000 с 100% вероятностью.

НО! Так как ожидаемый выигрыш больше
7000, то в игре участие агента не является
случаем, но выигрыш агента. Выбор будет
зависеть от его конкретных предпочтений.

2) Агент любит риск и $8000 > 7000$

$\Rightarrow$ будет играть.

3) Аналогично! Агент интересуется
ожидаемым выигрышем, который больше 7000.

$\Rightarrow$ будет играть!

②

4) $U(C) = -\frac{1}{C}$ - выпуклая ф-ция $\Rightarrow$
 имеет бугры риска.

$$\frac{1}{4} \left(-\frac{1}{20000} \right) + \frac{3}{4} \left(-\frac{1}{4000} \right) \geq -\frac{1}{4000}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{4} \frac{1}{20} - \frac{3}{4} \frac{1}{4} \geq -\frac{1}{4}$$

$$\text{Левая часть, то } -\frac{1}{4} > -\frac{1}{4} \frac{1}{20} - \frac{3}{4} \frac{1}{4} \Rightarrow$$

Аналогично имеет бугры и при 7000 .

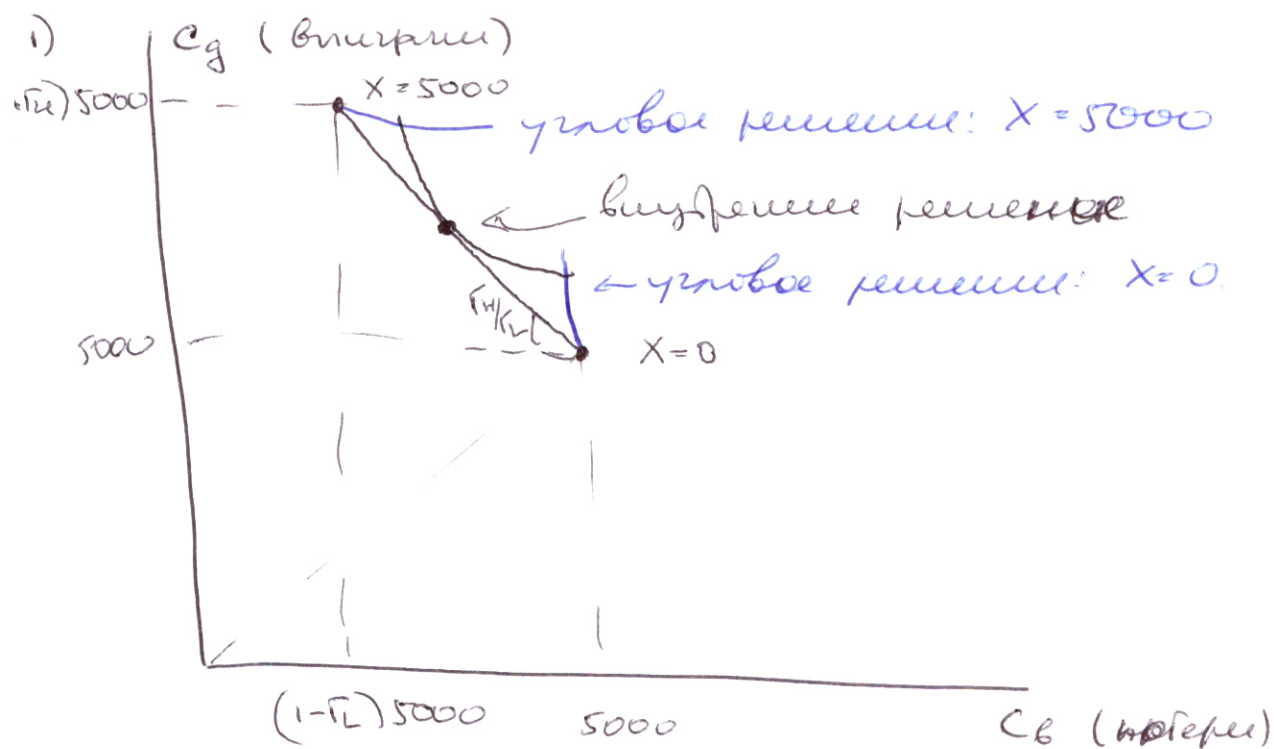
#2

$$X \in [0, 5000]$$

$$U(C) = \sqrt{C}$$

$$\Pi: 5000 + \Gamma_H X, \quad 0 < \Gamma_H, \Gamma_L < 1$$

$$1-\Pi: 5000 - \Gamma_L X,$$



③

Если $X=0 \Rightarrow C_5=C_6=5000$ (~~а не~~ ~~то~~ ~~вн~~ ~~и~~
неизвестные)

Für $X > 0 \Rightarrow$

$$C_g = 5000 + \Gamma_u X$$
$$C_b = 5000 - \Gamma_L X$$

$$C_g - C_b = (\Gamma_u + \Gamma_L) X \Rightarrow$$

$$C_g = 5000 + \frac{\Gamma_u (C_g - C_\theta)}{\Gamma_u + \Gamma_\theta} \Rightarrow$$

$$(\cancel{\Gamma_u} + \Gamma_L) C_g = 5000 (\Gamma_u + \Gamma_L) + \cancel{\Gamma_u} C_g - \Gamma_u C_b$$

$$C_g = -\frac{\tau_u}{\tau_L} C_b + 5000 \frac{\tau_u + \tau_L}{\tau_L}$$

- связь между C_3 и C_6 , которая является
мех-во доступных пар соседних блат.

$$2) \quad U = \pi \sqrt{5000 + \Gamma_H X} + (1 - \pi) \sqrt{5000 - \Gamma_L X}$$

$$= \pi \sqrt{C_g} + (1-\pi) \sqrt{C_b}.$$

Можно максимизировать π при полученных
влиях ограничений. Можно максимизировать
по X :

$$\left. \begin{aligned} & \pi \sqrt{5000 + r_u x} + (1 - \pi) \sqrt{5000 - r_d x} \rightarrow \max_x \\ & \text{s.t.} \\ & x \in [0, 5000] \end{aligned} \right\}$$

2) Если решение внутреннее, то условие первого порядка:

$$\frac{\pi \Gamma_H}{2 \sqrt{5000 + \Gamma_H x}} = \frac{(1 - \pi) \Gamma_L}{2 \sqrt{5000 - \Gamma_L x}}$$

$$\Rightarrow \frac{5000 - \Gamma_L x}{5000 + \Gamma_H x} = \left(\frac{(1 - \pi) \Gamma_L}{\pi \Gamma_H} \right)^2$$

$$\Rightarrow (5000 + \Gamma_H x) \left(\frac{(1 - \pi) \Gamma_L}{\pi \Gamma_H} \right)^2 = \cancel{5000} 5000 - \Gamma_L x$$

$$\left(\Gamma_H \left(\frac{(1 - \pi) \Gamma_L}{\pi \Gamma_H} \right)^2 + \Gamma_L \right) x = 5000 \left(1 - \left(\frac{(1 - \pi) \Gamma_L}{\pi \Gamma_H} \right)^2 \right)$$

$$\Rightarrow \underbrace{x}_{\text{инвестиция}} = \frac{5000 \left(1 - \left(\frac{(1 - \pi) \Gamma_L}{\pi \Gamma_H} \right)^2 \right)}{\Gamma_H \left(\frac{(1 - \pi) \Gamma_L}{\pi \Gamma_H} \right)^2 + \Gamma_L}$$

Ключевой момент: полученное решение - решение только тогда, когда $x \in (0, 5000)$.
То есть, у нас нет угловых решений.

$$3) \quad x = 0 \Leftrightarrow 1 - \left(\frac{(1 - \pi) \Gamma_L}{\pi \Gamma_H} \right)^2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{(1 - \pi) \Gamma_L \geq \pi \Gamma_H}$$

Если верооятность крахота фирмы или потери больше при крахе, то инвестировать невыгодно!

5)

$(1-\pi)\Gamma_L \geq \pi\Gamma_H$ означает, что ожидаемый выигрыш ($\pi\Gamma_H X - (1-\pi)\Gamma_L X$) отрицательный.

То есть, при отрицательном ожидаемом выигрыше инвестор не (так как имеет рискороб).

4) $X=5000 \Leftrightarrow$

$$\frac{5000 \left(1 - \left(\frac{(1-\pi)\Gamma_L}{\pi\Gamma_H} \right)^2 \right)}{\Gamma_H \left(\frac{(1-\pi)\Gamma_L}{\pi\Gamma_H} \right)^2 + \Gamma_L} \geq 5000$$

$$\Leftrightarrow 1 - \left(\frac{(1-\pi)\Gamma_L}{\pi\Gamma_H} \right)^2 \geq \Gamma_H \left(\frac{(1-\pi)\Gamma_L}{\pi\Gamma_H} \right)^2 + \Gamma_L$$

$$\Leftrightarrow \boxed{1 - \Gamma_L \geq (1 + \Gamma_H) \left(\frac{(1-\pi)\Gamma_L}{\pi\Gamma_H} \right)^2}$$

Дополнение:

$X=0$, когда $\boxed{MRS|_{X=0} \geq \frac{\Gamma_H}{\Gamma_L}}$

предельная норма замещения между C_B, C_S не больше граничного

$X=5000$, когда $\boxed{MRS|_{X=5000} \leq \frac{\Gamma_H}{\Gamma_L}}$

⑥

#3

$$v(c) = \ln c$$

1) δ - цена страховки

"безопасная" цена: δ = вероятность наступления страхового случая
 $\delta = 0.1$

Агент не любит риск $\Rightarrow$ выберет полную страховку.

2) Если $\delta = 0.11$, то

оптимальная выплата: при сумме страховки K :

$$0.9 \ln(3000 - \delta K) + 0.1 \ln(3000 - 1000 + K - \delta K) \\ = 0.9 \ln(3000 - \delta K) + 0.1 \ln(2000 + (1 - \delta)K)$$

Найдем K , которая максимизирует оптимальную выплату:

$$-\frac{0.9}{3000 - \delta K} \delta + \frac{0.1}{2000 + (1 - \delta)K} (1 - \delta) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{0.9 \delta}{3000 - \delta K} = \frac{0.1 (1 - \delta)}{2000 + (1 - \delta)K} \quad (\Leftrightarrow)$$

$$1800 \delta + 0.9 \delta (1 - \delta) K = 300 (1 - \delta) - 0.1 \delta (1 - \delta) K$$

$$\Rightarrow \delta (1 - \delta) K = \frac{300 (1 - \delta) - 1800 \delta}{\delta (1 - \delta)}$$

$$\Rightarrow K = \frac{300 (1 - \delta) - 1800 \delta}{\delta (1 - \delta)}$$

⑦) У нас.

$$K = \frac{300}{\delta} - \frac{1800}{1-\delta}$$

Если $\delta = 0.11 \Rightarrow K \approx \frac{300}{0.11} - \frac{1800}{0.89} \approx \underline{\underline{705}}$

$K = 705 < 1000$: То есть, если $\underline{\delta > \pi}$

$\Rightarrow$ агент не будет полностью страховаться!

3) δ_{min} :

$$K = \frac{300}{\delta_{min}} - \frac{1800}{1-\delta_{min}} \leq 0$$

То есть, степень страховки настолько высокая, что страховаться не выгодно совсем.

$$\frac{300}{\delta_{min}} - \frac{1800}{1-\delta_{min}} \geq 0 \Rightarrow$$

$$300 - 300\delta_{min} = 1800\delta_{min} \Rightarrow$$

$$\delta_{min} = \frac{300}{2100} = \frac{1}{7}.$$

$\delta > \frac{1}{7} \Rightarrow$ страховаться агент не будет!

Фактически у нас оптимальное решение:

$$\underline{K = 0!} \quad \text{при} \quad \underline{\delta > \frac{1}{7}}.$$

8

#4

1) $\pi(c) = \pi_C$ - выплата ф-ии. Петров риску не любит.

2) Оптимизация потерь Петрова:

$$\frac{1}{2} \sqrt{100-64} + \frac{1}{2} \sqrt{100} = \frac{1}{2} \sqrt{36} + \frac{1}{2} 10 = 3 + 5 = 8$$

Если Петров продает юму, то получит 63.

Потеря: $\sqrt{63} < 8 \Rightarrow$ Петров не будет продавать юм.

3) Сидоров хочет получить минимум 64, чтобы Петров согласился:

$$\sqrt{64} \geq \frac{1}{2} \sqrt{36} + \frac{1}{2} \sqrt{100}.$$

4) Если цена на страховку высокая, то Петров застрахует юм на всю величину потенциального ущерба. Петров не любит риск.

5) При низкой страховке:

$$U_{\text{Петрова}} = \sqrt{100 - \underbrace{0.5 \cdot 64}_{\substack{\text{цена} \\ \text{страховки}}}} = \sqrt{100 - 32} = \sqrt{68}$$

При продаже: $U_{\text{Петрова}} = \sqrt{66} < \sqrt{68} \Rightarrow$

Петров откажется!