Эконометрика, 2017-2018, 2 модуль Семинар 1 30.10.17 для Группы Э_Б2015_Э_3 Семинарист О.А.Демидова

1. При исследовании факторов, определяющих экономический рост, по 70 странам было получено уравнение регрессии (в скобках указаны стандартные отклонения):

$$\hat{G} = 1.5 - \underset{(0.1)}{0.5}P + \underset{(0.042)}{0.2}S + \underset{(3)}{12}I - \underset{(0.5)}{0.4}D + \underset{(3,1)}{5}In, R^2 = 0.6.$$

где G – темпы экономического роста, P – среднедушевой ВВП, S – бюджетный дефицит,

I – объем инвестиций, D – внешний долг, In – уровень инфляции.

Проверить адекватность модели.

Согласно этой модели, при уровне значимости 5% можно утверждать, что темпы экономического роста зависят от

- 1) среднедушевого ВВП 2) бюджетного дефицита 3) объема инвестиций
- 4) внешнего долга 5) уровня инфляции
- 2. Оценка спроса на цейлонский чай в США с помощью регрессии

$$\ln Q = \beta_0 + \beta_1 \ln P_C + \beta_2 \ln P_I + \beta_3 \ln P_B + \beta_4 \ln Y + u,$$

где Q – спрос на цейлонский чай, P_I – цена индийского чая, P_C – цена цейлонского чая, P_B – цена бразильского кофе, Y – располагаемый доход (в скобках указаны стандартные отклонения), по 22 наблюдениям дала следующий результат:

$$\ln Q = 2.837 - 1.481 \ln P_C + 1.181 \ln P_I + 0.186 \ln P_B + 0.257 \ln Y , \quad RSS = 0.4277$$

Эта модель была также оценена при ограничениях $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = 0$ и получено:

$$\ln Q + \ln P_C = -0.738 + 0.199 \ln P_B + 0.261 \ln Y, RSS = 0.6788$$

Проверить гипотезу $\beta_1 = -1$, $\beta_2 = 0$ и дать экономическую интерпретацию полученным результатам.

3. По данным для 27 фирм оценили производственную функцию с помощью трех моделей:

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln L + \beta_2 \ln K + u$$
 (1)

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln(LK) + u \tag{2}$$

$$\ln Y/K = \beta_0 + \beta_1 \ln L/K + u \tag{3}$$

Суммы квадратов остатков для оцененных функций регрессий (1), (2), (3) оказались соответственно равны

$$RSS_1 = 8.51$$
, $RSS_2 = 8.94$, $RSS_3 = 9.01$,

Объяснить, почему вторая и третья модели являются ограниченными версиями первой, выписать соответствующие ограничения на коэффициенты регрессии (1) и проверить их выполнение.

4. а) Изучая зависимость длительности обучения 540 индивида S от его способностей ASVABC, характеризуемых результатами трех тестов (см. п.в), длительности обучения матери индивида SM, длительности обучения отца индивида SF, исследователь получил следующие функции регрессии (в скобках указаны стандартные отклонения):

$$\hat{S} = \underbrace{5}_{(0.52)} + \underbrace{0.115}_{(0.0099)} ASVABC + \underbrace{0.12}_{(0.039)} SM + \underbrace{0.1}_{(0.029)} SF, RSS = 2100.646, R^2 = 0.336$$

$$\hat{S} = 6.5 + 0.14 \text{ ASVABC}, RSS = 2267.587$$

Исходя из полученных результатов, можно ли считать, что длительность обучения индивида зависит только от его способностей?

б) Была оценена также регрессия

$$S = 5.22 + 0.115 ASVABC + 0.109 (SM + SF), RSS = 2100.962.$$

Исходя из полученного результата, можно ли считать, что родители в равной степени влияют на длительность обучения индивида?

в) Значения переменной, характеризующей способности индивида, рассчитывались следующим образом: ASVABC = 0.5ASVAB2 + 0.25ASVAB3 + 0.25ASVAB4, где

ASVAB2 – результаты теста по арифметике,

ASVAB3 – результаты теста по правописанию,

ASVAB4 – результаты теста по пониманию прочитанного материала.

Исследователь оценил также регрессию

$$S = 4.75 + \underbrace{0.088}_{(0.054)} \underbrace{ASVAB2}_{(0.012)} + \underbrace{0.035}_{(0.015)} \underbrace{ASVAB3}_{(0.015)} - \underbrace{0.0013}_{(0.013)} \underbrace{ASVAB4}_{(0.039)} + \underbrace{0.12}_{(0.039)} \underbrace{SM}_{(0.029)} + \underbrace{0.12}_{(0.029)} \underbrace{SF}_{,} \quad R^2 = 0.352$$

Исходя из поученных результатов, можно ли считать, что веса в переменной ASVABC выбраны правильно?

5. С помощью модели $\ln Y = \beta_1 + \beta_2 \ln L + \beta_3 \ln K + u$

по данным для 30 фирм была оценена зависимость выпуска Y от труда L и капитала K:

$$\ln Y = 1.2 + 0.6 \ln L + 0.4 \ln K$$
, F – statistic = 200.24

В скобках указаны значения стандартных ошибок. На уровне значимости $5\,\%$ отвергаются гипотезы

1)
$$H_0: \beta_2 = 0$$
 2) $H_0: \beta_3 = 0$ 3) $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$ 4) $H_0: \beta_2 = 0.5$ 5) $H_0: \beta_3 = 0.5$

6. Оценка производственной функции Кобба - Дугласа с помощью модели

$$\ln Q = \beta_0 I + \beta_1 \ln K + \beta_2 \ln L + \varepsilon,$$

где Q – выпуск, K- капитал, L – труд,

по 40 наблюдениям дала следующие результаты (в скобках указаны стандартные ошибки коэффициентов регрессии):

$$\ln \hat{Q} = 1.37 + 0.632 \ln K + 0.452 \ln L$$
, $R^2 = 0.98$, $\hat{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -0.044$

На уровне значимости 5% проверить гипотезы

- а) о равенстве эластичностей по труду и капиталу,
- б) о постоянной отдаче от масштаба
- 7. По 29 наблюдениям по модели

$$\ln Y = \beta_0 I + \beta_1 \ln P_1 + \beta_2 \ln P_2 + \beta_3 \ln P_3 + \varepsilon$$

оценили функцию спроса на яблоки, где

Y - спрос на яблоки, P_1 - цена яблок, P_2 - цена апельсинов, P_3 - цена бананов.

Были получены следующие результаты:

$$\ln \hat{Y} = 14 - 5 \ln P_1 + 2.4 \ln P_2 + 2 \ln P_3,$$

оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов регрессии имеет вид:

$$var(\hat{\beta}) = 0.01 \begin{pmatrix} 1 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 2 & 0.5 & 0.7 \\ 0.2 & 0.5 & 3 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 & 0.6 & 4 \end{pmatrix}$$

На уровне значимости 5% проверить гипотезу о том, что спрос на яблоки не изменится, если все цены вырастут в одинаковое число раз.

8. По 29 наблюдениям оценена регрессия

$$\hat{Y} = 4 + 0.4X_1 + 0.9X_2$$
, $R^2 = \frac{2}{15}$,

причем
$$X'X = \begin{pmatrix} 29 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 \\ 0 & 10 & 80 \end{pmatrix}$$
, $RSS = 520$.

Проверить гипотезу, что сумма коэффициентов наклона равна 1.

9. (Борзых Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, задача 3.1)

Эконометрэсса Ширли зашла в пустую аудиторию, где царил приятный полумрак, и увидела на доске до боли знакомую надпись:

$$\hat{y} = 1.1 - 0.7 \cdot x_2 + 0.9 \cdot x_3 - 19 \cdot x_4 - (-0.67) \cdot x_4$$

Помогите эконометрэссе Ширли определить, что находится в скобках:

- P-значения;
- t-статистики;
- 3. стандартные ошибки коэффициентов;
- R², скорректированный на номер коэффициента;
- 5. показатели VIF для каждого коэффициента.
- 10. (Борзых Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, задача 3.28)

Пусть задана линейная регрессионная модель:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 z_i + \beta_4 w_i + \beta_5 q_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 20$$

По имеющимся данным оценены следующие регрессии:

$$\begin{split} \hat{y}_i &= 10.01 + 1.05 \, x_i + 2.06 \, z_i + 0.49 \, w_i - 1.31 \, q_i, RSS = 6.85 \\ y_i - \widehat{x_i} - 2 z_i &= 10.00 + 0.50 \, w_i - 1.32 \, q_i, RSS = 8.31 \\ y_i + \widehat{x_i} + 2 z_i &= 9.93 + 0.56 \, w_i - 1.50 \, q_i, RSS = 4310.62 \\ y_i - \widehat{x_i} + 2 z_i &= 10.71 + 0.09 \, w_i - 1.28 \, q_i, RSS = 3496.85 \\ y_i + \widehat{x_i} - 2 z_i &= 9.22 + 0.97 \, w_i - 1.54 \, q_i, RSS = 516.23 \\ (se) &= 10.71 + 0.09 \, w_i - 1.54 \, q_i, RSS = 516$$

На уровне значимости 5% проверьте гипотезу $H_0:$ $\begin{cases} \beta_2=1 \\ \beta_3=2 \end{cases}$ противальтернативной гипотезы $H_a:$ $|\beta_2-1|+|\beta_3-2|\neq 0.$