

Эконометрика, 2017-2018, 1 модуль
Семинар 2
11.09.17 для
Группы Э_Б2015_Э_3
Семинарист О.А.Демидова

Задача 1. (Демидова О.А., Малахов Д.И. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. М., «Юрайт», 2016, с.86, № 3.1)

Докажите, что

$$\hat{\beta}_1^{\text{МНК}} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}, \quad \hat{\beta}_0^{\text{МНК}} = \bar{Y} - \hat{\beta}_1^{\text{МНК}} \bar{X},$$

Является решением системы нормальных уравнений.

Задача 2. (Демидова О.А., Малахов Д.И. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. М., «Юрайт», 2016, с.86, № 3.2)

Докажите, что оценка МНК коэффициента наклона в уравнении парной регрессии может быть преобразована к виду:

$$\hat{\beta}_1^{\text{МНК}} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\text{var}(X)}.$$

Задача 3. (Демидова О.А., Малахов Д.И. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. М., «Юрайт», 2016, с.87, № 3.3)

Найдите оценку МНК коэффициента регрессии без свободного члена (т.е. проходящей через начало координат): $Y_i = \beta_1 X_i + u_i, i = 1, \dots, n$

Задача 4. (Демидова О.А., Малахов Д.И. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. М., «Юрайт», 2016, с.93, № 3.3)

Найдите оценку МНК коэффициента β_0 регрессии на константу:

$$Y_i = \beta_0 + u_i, i = 1, \dots, n.$$

Задача 5.

(Автор задачи – К.Дугерти, Введение в эконометрику, издание 2, с.66, задача 2.7)

Британский исследователь оценил зависимость веса индивида от его роста:

$$\text{Вес}_{\text{фунты}} = -210 + 5.39 \text{Рост}_{\text{дюймы}}$$

Российский исследователь оценил ту же зависимость, но при переведенных в метрическую систему единицах: 1 дюйм = 2,54 см, 1 фунт = 0,454 кг. Изменяются ли коэффициенты регрессии при таком изменении масштаба исходных данных?

Задача 6. (Автор задачи – К.Дугерти, Введение в эконометрику, издание 2, с.66, задача 2.8)

Исследователь изучает зависимость между совокупным спросом на услуги Y и совокупным располагаемым личным доходом X по данным американской экономики (обе величины измерены в миллиардах долларов в постоянных ценах), используя ежегодные данные временных рядов и модель парной регрессии.

Исследователь вначале оценил уравнение регрессии с помощью обычного метода наименьших квадратов. Предполагая, что обе величины Y и X могут быть существенно занижены из-за стремления людей к уклонению от уплаты налогов, исследователь принимает два альтернативных метода уточнения заниженных оценок:

- (1) добавляя в каждом году 90 млрд. долл. к показателю Y и 200 млрд. долл. к показателю X ;
- (2) увеличивая значения как для X , так и для Y на 10% за каждый год.

Оцените влияние каждой из этих корректировок на результаты оценивания регрессии.

Задача 7. (Авторы задачи . Борзых Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, с. 6-7, задача 1.2)

При помощи метода наименьших квадратов найдите оценку неизвестного параметра θ в следующих моделях:

1. $y_i = \theta + \theta x_i + \varepsilon_i$;
2. $y_i = \theta - \theta x_i + \varepsilon_i$;
3. $\ln y_i = \theta + \ln x_i + \varepsilon_i$;
4. $y_i = \theta + x_i + \varepsilon_i$;
5. $y_i = 1 + \theta x_i + \varepsilon_i$;
6. $y_i = \theta/x_i + \varepsilon_i$;
7. $y_i = \theta x_i + (1 - \theta)x_{i2} + \varepsilon_i$.

Задания для самостоятельной работы

Задание 1. (Демидова О.А., Малахов Д.И. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. М., «Юрайт», 2016, с.93, № 3.1)

Для оцениваемой по 20 наблюдениям регрессии

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i, \quad i = 1, \dots, 20,$$

известны суммы $\sum_{i=1}^{20} X_i = -30$, $\sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 60$, $\sum_{i=1}^{20} X_i Y_i = -25$, $\sum_{i=1}^{20} Y_i = 5$

составьте систему нормальных уравнений для оценок коэффициентов регрессии β_0, β_1 и найдите эти оценки.

Задание 2. (Демидова О.А., Малахов Д.И. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. М., «Юрайт», 2016, с.93, № 3.2)

Сумма оцененных с помощью МНК остатков регрессии с константой может быть равна

- 1) только отрицательному числу
- 2) только положительному числу
- 3) только 0
- 4) любому числу?