

Эконометрика, 2017-2018, 1 модуль
Семинар 1
04.09.17 для
Группы Э_Б2015_Э_3
Семинарист О.А.Демидова

1) Для случайной величины X , распределение которой задано с помощью таблицы

X	2	3	4	5
p	0.1	0.4	0.3	0.2

найти математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения.

2) $E(X) = 2$, $E(Y) = 3$, $D(X) = 5$, $D(Y) = 4$, $\text{cov}(X, Y) = -3$

Найти

A) $E(3X + 1)$

b) $D(3X + 1)$

c) $D(3X + 2Y)$

d) $\text{cov}(5X + 2, 3Y - 1)$

3) Пусть функция плотности случайной величины X имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & \text{при } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{при остальных } x \end{cases}$$

a) Убедиться, что $f(x)$ является функцией плотности.

б) Построить функцию распределения случайной величины X .

в) Найти $E(X)$, $D(X)$.

4) Функция распределения случайной величины X имеет вид:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{для } x \leq 1 \\ 0.25(x-1)^2 & \text{для } 1 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{для } x \geq 3 \end{cases}$$

a) Найти функцию плотности этой случайной величины.

б) Найти вероятность $P(2 < X < 4)$.

5) Совместное распределение случайных величин X и Y задано с помощью таблицы

		X		
		3	4	5
Y	2	0.2	0.2	0.1
	4	0.12	0.12	0.05
	6	0.08	0.08	0.05

a) Найти маргинальное распределение случайных величин X и Y , математическое ожидание и дисперсию каждой из величин.

- б) Найти распределение случайной величины Y при условии, что $X = 4$.
 в) Найти математическое ожидание случайной величины Y при условии, что $X = 4$.
 г) Найти ковариацию случайных величин X и Y .
 д) Являются ли случайные величины X и Y независимыми?

6) Пусть случайная величина $X \sim N(0,1)$. Найти

- а) $P(X < 2)$,
 б) $P(X > 2)$,
 в) $P(0 < X < 2)$,
 г) $P(|X| < 2)$,
 д) $P(-1 < X < 2)$

7) Пусть случайная величина $X \sim N(2,9)$. Найти $P(-2 < X < 3)$.

8) Пусть случайная величина $X \sim t(20)$. Найти числа x_1 и x_2 такие, что

- а) $P(-x_1 < X < x_1) = 0.9$
 б) $P(X < x_2) = 0.99$

9) Пусть случайная величина $X \sim \chi^2(5)$. Найти числа x_1 и x_2 такие, что

- а) $P(X > x_1) = 0.01$
 б) $P(X < x_2) = 0.95$.

10) Пусть случайная величина $X \sim F(2,20)$. Найти числа x_1 и x_2 такие, что

- а) $P(X > x_2) = 0.01$.
 б) $P(X < x_1) = 0.95$

11) Доходность ценных бумаг на New York Фондовой бирже имеет нормальное распределение. В таблице приведены данные о доходности 10 видов ценных бумаг:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Σ
X	10	16	5	10	12	8	4	6	5	4	80
X^2	100	256	25	100	144	64	16	36	25	16	782

- а) Найти точечные оценки для математического ожидания и дисперсии доходности.
 б) Найти 90% доверительный интервал для математического ожидания доходности.

12) Пусть X_1, \dots, X_n - выборка из нормально распределенной генеральной совокупности, т.е. $X_i \sim N(\mu, \sigma^2), i = 1, \dots, n$.

Построены следующие оценки для математического ожидания μ :

$$\hat{\mu}_1 = \bar{X}, \quad \hat{\mu}_2 = X_1, \quad \hat{\mu}_3 = \frac{X_1}{2} + \frac{1}{2(n-1)}(X_2 + \dots + X_n).$$

- а) Какая из этих оценок является несмещенной?
 б) Какая из этих оценок является наиболее эффективной?
 в) Какая из этих оценок является состоятельной?