НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Микроэкономика
Лекция 3

Александр Тарасов
Департамент теоретической экономики

Что мы знаем?

- Чтобы анализировать выбор потребителя, мы должны задать предпочтения потребителя, $\succsim$
- Рациональность предпочтений: полнота (все возможные потребительские наборы могут быть сравнимы) и транзитивность (если $X \succsim Y$ и $Y \succsim Z$, то $X \succsim Z$)
- Кривая безразличия: это все возможные потребительские наборы, между которыми потребитель безразличен: $X \sim Y$
- “Хорошая” кривая безразличия:
  - чем больше, тем лучше (строгая монотонность) → кривая безразличия убывает
  - строгая выпуклость предпочтений (вместе с строгой монотонностью) → кривая безразличия строго выпукла

Функция полезности

- Вместо того, чтобы работать напрямую с предпочтениями, гораздо удобней работать с **функцией полезности**, которая описывает эти предпочтения
- **Важно!** Потребительские предпочтения фундаментальны (база), функция полезности – это просто способ их описания
- В чем суть? Каждому потребительскому набору (x1,x2), мы можем приписать числовое значение U(x1,x2), где U(.,.) некоторая функция
- В этом случае, $(x1,x2) \gtrsim (y1,y2)$ тогда и только тогда, когда

$$U(x1,x2) \geq U(y1,y2)$$

Функция полезности

- Аналогично, $(x1,x2) \succ (y1,y2)$ тогда и только тогда, когда

$$U(x1,x2) > U(y1,y2)$$

- Наконец, $(x1,x2) \sim (y1,y2)$ тогда и только тогда, когда

$$U(x1,x2) = U(y1,y2)$$

- **Важно!** Нас интересует только порядок потребительских наборов, числовое значение функции как таковое не играет роли (табличка)

Набор	U1	U2	U3
X	3	17	-1
Y	2	10	-2
Z	1	0.1	-3

Функция полезности

- Так как для нас важно только ранжирование, существует бесконечное число способов задать функцию полезности для заданных предпочтений
  - а именно: пусть у нас есть какая-то функция полезности U(.,.) описывающая предпочтения $\succsim$
  - тогда любое строго положительное монотонное преобразование функции U(.,.) является тоже функцией полезности
- Более формально: пусть у нас есть строго положительное монотонное преобразование f(.) (строго возрастающая функция), U переходит в f(U)
  - тогда f(U(.,.)) является функцией полезности

Функция полезности

- Действительно,

$$(x1,x2) \succsim (y1,y2) \Leftrightarrow U(x1,x2) \geq U(y1,y2)$$

так как f(.) строго возрастающая,

$$U(x1,x2) \geq U(y1,y2) \Leftrightarrow f(U(x1,x2)) \geq f(U(y1,y2))$$

то есть f(U(.,.)) тоже функция полезности

- Так как монотонных преобразований (умножение на положительное число, возведение в нечетную степень) бесконечное число, существует бесконечное число функций полезности для заданных предпочтений.

Функция полезности

- **Важно!** Только рациональные предпочтения могут быть представлены функцией полезности (то есть, рациональность это необходимое условие)
  - полнота: для любых наборов x=(x1,x2) и y=(y1,y2) мы можем подсчитать U(x)=U(x1,x2) и U(y)=U(y1,y2) и затем сравнить эти числа! Либо $U(x) \geq U(y)$, либо $U(y) \geq U(x)$. Так как U(.,.) функция полезности, то либо $x \gtrsim y$, либо $y \gtrsim x \rightarrow$ полнота предпочтений
  - транзитивность: предположим, что $x \gtrsim y$ и $y \gtrsim z$, тогда $U(x) \geq U(y) \geq U(z) \rightarrow U(x) \geq U(z) \rightarrow x \gtrsim z$

Функция полезности и кривая безразличия

- Заданная кривая безразличия содержит все такие потребительские наборы, что $X \sim Y$
- Что это значит в терминах функции полезности? По определению:

$$X \sim Y \Leftrightarrow U(X)=U(Y)$$

- Заданная кривая безразличия содержит все такие потребительские наборы, что $U(x1,x2)=U(y1,y2)\ldots=k$ (некий заданный уровень полезности)
- Другими словами, кривая безразличия – это все потребительские наборы, для которых $U(x1,x2)=k$, где k задает уровень полезности этих наборов. Например: $U(x1,x2)=x1*x2=k$

Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- Совершенные **субституты** (кола и пепси): нам не важно, кола это или пепси, главное общее количество напитка! В этом случае, U(x1,x2)(U(кола, пепси))=x1+x2
  - если мы заменим 1 колу на 1 пепси, то

    $$U(x1-1,x2+1)=x1-1+x2+1=x1+x2$$
  - это не единственный способ описать совершенные **субституты**: $U(x1,x2)=(x1+x2)^3$ (монотонное преобразование)
  - более общий случай: U(x1,x2)=a*x1+b*x2
    - 1 единицу продукта 2 можно заменить на b/a единиц продукта 1: U(x1-b/a,x2+1)=a*x1+b*x2= U(x1,x2)

Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- Совершенные **комплементы** (правый и левый ботинки): мы не можем носить правый ботинок без левого и наоборот. Нам необходима пара обуви. В этом случае, U(x1,x2)(U(левый, правый))=min{x1,x2}
  - действительно, допустим у нас есть два левых ботинка и один правый: U(2,1)=min{2,1}=1=min{1,1}=U(1,1) → дополнительный левый ботинок не добавляет никакой полезности
  - **Важно!** предпочтения не строго монотонны

Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- в общем случае: $U(x1,x2)=\min\{a*x1,b*x2\}$
  - a и b отображают пропорцию в которой потребляются продукты: $a*x1=b*x2 \rightarrow x1/x2=b/a$
  - если b=2, a=1, то на единицу продукта 2 мы потребляем две единицы продукта 1 (чашка чая с двумя ложками сахара)

Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- Предпочтения Кобба-Дугласа: $U(x1,x2)=x1^{\alpha}x2^{\beta}, \alpha, \beta > 0$
  - “хорошие” предпочтения: строго монотонные и строго выпуклые
  - один из самых простых (математических) способов задать “хорошие” предпочтения
  - альтернативный способ (монотонное преобразование):

$$\ln(x1^{\alpha}x2^{\beta})= \alpha \ln x1+\beta \ln x2$$

Предельная полезность

- Предельная полезность – дополнение к полезности, получаемой индивидом в результате небольшого увеличения потребления любого товара в расчете на единицу его прироста
- Более формально и более понятно: давайте увеличим потребление продукта 1 на **небольшую** величину $\Delta x1$, тогда

$$MU1=\frac{\Delta U}{\Delta x1}=\frac{U(x1+\Delta x1,x2)-U(x1,x2)}{\Delta x1}$$

- В этом случае, $\Delta U = MU1 * \Delta x1$

Предельная полезность

- Более интуитивно (но не совсем правильно!): предельная полезность – увеличение полезности при потребление дополнительной единицы продукта
- Точно также:

$$MU2=\frac{\Delta U}{\Delta x2}=\frac{U(x1,x2+\Delta x2)-U(x1,x2)}{\Delta x2}$$

- В этом случае, $\Delta U = MU2*\Delta x2$

Предельная полезность

- Важно понимать:
  - предельная полезность зависит от выбора конкретной функции полезности
  - знание предпочтений $\succsim$ не дает нам возможности найти предельную полезность (сначала мы должны задать функцию полезности, описывающую эти предпочтения)
  - немного более формальней:

$$MU1=\lim_{\Delta x1\to 0}\frac{\Delta U}{\Delta x1}=\lim_{\Delta x1\to 0}\frac{U(x1+\Delta x1,x2)-U(x1,x2)}{\Delta x1}\Rightarrow$$

$$MU1=\frac{\partial U(x1,x2)}{\partial x1},\ MU2=\frac{\partial U(x1,x2)}{\partial x2}$$

Предельная полезность

- Зачем нам нужна предельная полезность (если она не связана напрямую с предпочтениями потребителя)?
- Оказывается, предельная полезность может быть использована, чтобы подсчитать **предельную норму замещения (MRS)** между продуктами (который является важной характеристикой предпочтений потребителя)
- **MRS** – это пропорция, при которой потребитель готов заменить потребление **небольшого** количества товара 1 на потребление небольшого количества товара 2 (оставаясь на той же кривой безразличия)

Предельная полезность

- Рассмотрим изменение в потребление ($\Delta x1<0, \Delta x2>0$), такое что уровень полезности не меняется
- В этом случае, $MU1*\Delta x1+MU2*\Delta x2=\Delta U=0 \Rightarrow$

$$MRS=\left|\frac{\Delta x2}{\Delta x1}\right|=\frac{MU1}{MU2}$$

- **Важно!** Отношение предельных полезностей не зависит от выбора функции полезности и является характеристикой предпочтений, то есть реального поведения индивидов
  - монотонное преобразование функции полезности не меняет отношение предельных полезностей!

Предельная полезность

- одно из преимуществ использования функции полезности (вместо работы напрямую с предпочтениями) – это возможность достаточно легко подсчитать MRS

$$MRS=\frac{MU1}{MU2}=\frac{\frac{\partial U(x1,x2)}{\partial x1}}{\frac{\partial U(x1,x2)}{\partial x2}}$$

- есть и другие преимущества!

Summary

- Предпочтения потребителя удобно описывать функцией полезности:
  - для заданных предпочтений может быть бесконечно много функций полезности
  - если задана функция полезности, то кривая безразличия задается следующим уравнением U(x1,x2)=k, где k характеризует некий уровень полезности (чем больше k, тем выше полезность)
  - мы можем подсчитать предельную норму замещения (MRS)
  - следующий шаг: кривая спроса!