№1

①

$u(x_1, x_2) = \min(x_1, 2x_2)$

1) $\begin{cases} x_1^* = 2x_2^* \\ p_1 x_1^* + p_2 x_2^* = M \end{cases} \Rightarrow \quad x_2^* = \dfrac{M}{2p_1 + p_2}, \quad x_1^* = \dfrac{2M}{2p_1 + p_2}$

Если $p_1 = p_2 = 2$, $M = 10 \Rightarrow$

$x_1^* = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$ | $\underline{u(x_1^*, x_2^*) = \frac{10}{3}}$

$x_2^* = \frac{5}{3}$

2) $p_1 \uparrow$: $p_1' = 4$

Заметим, что в общем случае:

$u(x_1^*, x_2^*) = \dfrac{2M}{2p_1 + p_2}$ в точке оптимума.

Таким образом, чтобы найти CV:

$$\underbrace{\frac{2(M + CV)}{2p_1' + p_2}}_{\text{новые цены}} = \underbrace{\frac{2M}{2p_1 + p_2}}_{\text{старые цены}} \Rightarrow$$

$$\frac{10 + CV}{2 \cdot 4 + 2} = \frac{10}{2 \cdot 2 + 2} \Rightarrow 10 + CV = \frac{10 \cdot 10}{6} \Rightarrow$$

$$CV = \frac{100}{6} - 10 = \frac{40}{6} = \underline{\underline{\frac{20}{3}}}.$$

② При новом уровне цен и старом доходе:

$$u(x_1^*, x_2^*) = \frac{2M}{2p_1'+p_2} = \frac{20}{2\cdot 4+2} = \frac{20}{10} = \underline{2}$$

Таким образом, чтобы найти EV:

$$\frac{2(M-EV)}{2p_1+p_2} = \frac{2M}{2p_1'+p_2} = 2 \Rightarrow$$

$$M-EV = 2\cdot 2+2 = 6 \Rightarrow$$

$$\underline{EV = M-6 = 4} < CV = \frac{20}{3}.$$

3) $p_1=2;\ p_2' = 1 < p_2$

Так же как и раньше:

$$\frac{2(M+CV)}{2p_1+p_2'} = \frac{2M}{2p_1+p_2} \Rightarrow \frac{10+CV}{4+1} = \frac{10}{6}$$

$$\Rightarrow 60+6CV = 50 \Rightarrow CV = -\frac{10}{6} = \underline{\underline{-\frac{5}{3}}}$$

Так как цена падает, то $\underline{CV<0}$.

$$\frac{2(M-EV)}{2p_1+p_2} = \frac{2M}{2p_1+p_2'} \Rightarrow$$

$$\frac{M-EV}{6} = \frac{10}{5} \Rightarrow 5M-5EV=60$$

$$5EV=-10$$

$$EV = \underline{\underline{-2}} < 0,$$ цена падает

$|EV| > |CV|$, так как цена падает!

3)

№2

$u(x_1, x_2) = \ln(x_1) + 2\ln(x_2)$

$p_1 = 1,\ p_2 = 2,\ M = 5$

1) $x_1^* = \dfrac{M}{3p_1}$; $x_2^* = \dfrac{M \cdot 2}{3p_2}$

$u(x_1^*, x_2^*) = \ln \dfrac{M}{3p_1} + 2\ln \dfrac{2M}{3p_2}$

Если $p_1 = 1, p_2 = 2, M = 5 \Rightarrow$ $\boxed{x_1^* = \dfrac{5}{3} \quad x_2^* = \dfrac{5}{3}}$

2) $p_1' = p_1 + t \Rightarrow$

$x_1^* \downarrow$, x_2^* – не изменится

Имеем: старый уровень полезности:

$u\left(\dfrac{M}{3p_1}, \dfrac{2M}{3p_2}\right) = \ln \dfrac{M}{3p_1} + 2\ln \dfrac{2M}{3p_2} = 3\ln \dfrac{5}{3} \approx \underline{1.53}$

При компенсации CV с налогом:

$x_1^* = \dfrac{M + CV}{3(p_1 + t)}$; $x_2^* = \dfrac{(M + CV)2}{3p_2}$

Чтобы найти CV:

$\ln \dfrac{M + CV}{3(p_1 + t)} + 2\ln \dfrac{(M + CV)2}{3p_2} = 1.53$

$\Leftrightarrow \ln \dfrac{5 + CV}{6} + 2\ln \dfrac{5 + CV}{3} = 1.53 \Leftrightarrow$

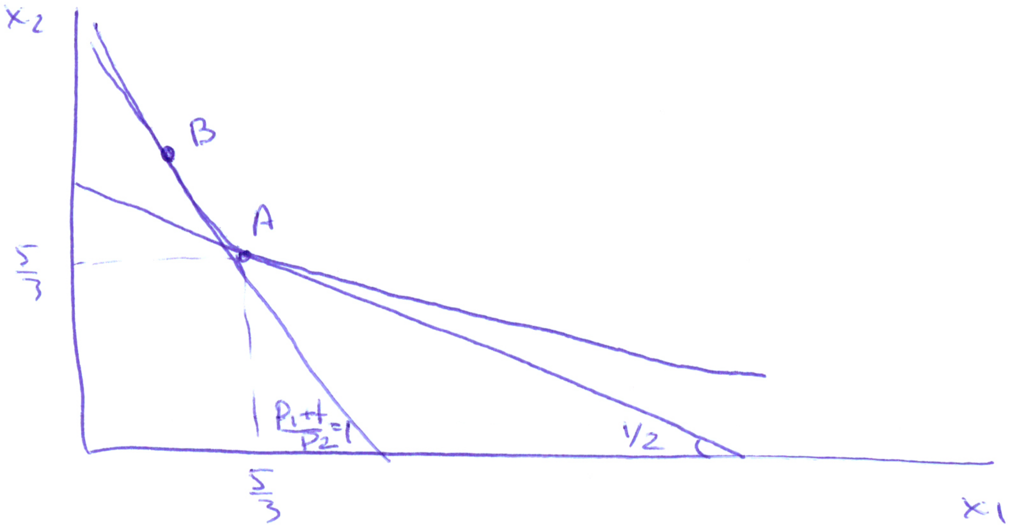
$\ln(5 + CV) - \ln 6 + 2\ln(5 + CV) - 2\ln 3 = 1.53$

$\Rightarrow 3\ln(5 + CV) \approx 1.53 + 1.79 + 2.2$
$= 5.52$

④ $\ln(5+CV)=1.84$

$$5+CV=e^{1.84}\approx 6.3 \Rightarrow \underline{CV=1.3}.$$

Потребление товара 1 не вернется к исходному. Фактически, мы рассматриваем эффект замещения по Хиксу. В результате, $\underline{x_1^* \downarrow,\ x_2^* \uparrow}$.



B – потребление после компенсации.

3) $$x_1^* = \frac{M+CV}{3(p_1+t)} = \frac{5+1.3}{3\cdot 2} = \frac{6.3}{6} = 1.05$$

$$\Rightarrow \underline{tx_1^* = 1.05} < \underline{1.3 = CV}$$

не хватит! Введение налога уменьшает потребление товара 1, что в свою очередь уменьшает налоговый сбор по сравнению со случаем, когда потребление находится в т. A. В итоге, мы должны дать больше, чем налоговый сбор, чтобы агент остался на той же кривой безразличия.

№3

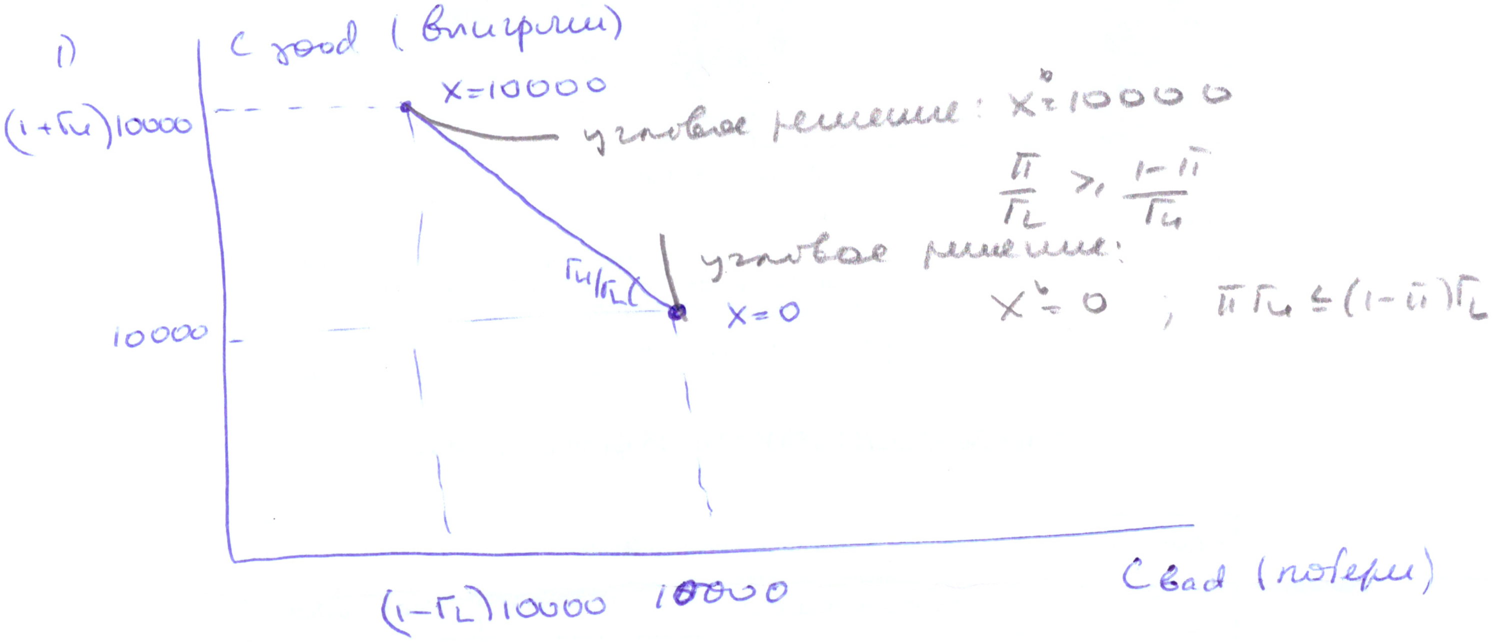
$x \in [0, 10000]$

$v(c) = \ln c$

π: $10000 + r_H x$; $r_H < 1$; $r_H, r_L > 0$

$1-\pi$: $10000 - r_L x$; $r_L < 1$;

1)



Если $x=0 \Rightarrow C_{good} = C_{bad} = 10000$

Если $x = 10000 \Rightarrow C_{good} = (1+r_H)10000$

$C_{bad} = (1-r_L)10000$

В общем случае, $x>0 \Rightarrow C_{good} = 10000 + r_H x$

$C_{bad} = 10000 - r_L x$

$$\Rightarrow C_{good} = -\frac{r_H}{r_L} C_{bad} + 10000\,\frac{r_H+r_L}{r_L} \Rightarrow$$

мн-во доступных контингентных благ.

(6)
$$\begin{cases} U = \pi \ln(10000 + r_H x) + (1-\pi)\ln(10000 - r_L x) \to \max\limits_{x} \\ \text{s.t.} \quad x \in [0, 10000] \end{cases}$$

Можно также:

$$\begin{cases} U = \pi \ln c_{good} + (1-\pi) \ln c_{bad} \Rightarrow \max\limits_{c_{bad}, c_{good}} \\ \text{s.t.} \\ c_{good} = -\frac{r_H}{r_L} c_{bad} + 10000 \frac{r_H + r_L}{r_L} \end{cases}$$

Оба подхода эквивалентны. Я воспользуюсь первым. Если решение внутреннее:

$$\frac{\pi r_H}{10000 + r_H x} = \frac{(1-\pi) r_L}{10000 - r_L x} \Leftrightarrow$$

$$\frac{10000 - r_L x}{10000 + r_H x} = \frac{(1-\pi) r_L}{\pi r_H} \Leftrightarrow$$

$$\frac{(1-\pi) r_L}{\pi r_H}(10000 + r_H x) = 10000 - r_L x \Leftrightarrow$$

$$\frac{(1-\pi) r_L}{\pi r_H} 10000 + \frac{(1-\pi) r_L}{\pi} x = 10000 - r_L x$$

$$\Leftrightarrow \quad r_L x \left(1 + \frac{1-\pi}{\pi}\right) = 10000 \left(1 - \frac{(1-\pi) r_L}{\pi r_H}\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{10000\left(1 - \frac{(1-\pi) r_L}{\pi r_H}\right)}{r_L \left(1 + \frac{1-\pi}{\pi}\right)} = \frac{10000\left(1 - \frac{(1-\pi) r_L}{\pi r_H}\right)}{r_L / \pi}.$$

(7) В итоге, мы получаем, что оптимальный уровень инвестиций ~~[illegible]~~ определяется:

$$\boxed{X^* = \frac{10000\,(\pi r_H - (1-\pi) r_L)}{r_L r_H}},$$ если решение <u>внутреннее</u>.

3) $X^* = 0$, если $\pi r_H - (1-\pi) r_L \le 0 \Leftrightarrow$

$$\pi r_H \le (1-\pi) r_L.$$

$X^* = 0$, если вероятность проиграть высокая или потери при проигрыше большие. В этом случае инвестировать не выгодно.

$(1-\pi) r_L \geq \pi r_H$ означает, что ожидаемый выигрыш $(\pi r_H X - (1-\pi) r_L X)$ отрицательный. Так как агент рискофоб, то инвестиций не будет.

4) $X^* = 10000 \Leftrightarrow \dfrac{10000\,(\pi r_H - (1-\pi) r_L)}{r_L r_H} \geq 10000$

$$\Leftrightarrow \underline{\pi r_H - (1-\pi) r_L \geq r_L r_H} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{\frac{\pi}{r_L} \geq \frac{1-\pi}{r_H}}.$$

8

№4

$v(c) = \sqrt{c}$.

1) $\gamma = 0.05$ – "честная" цена страховки, равна вероятности наступления страхового случая. Агент не любит риск => застрахуется на полную сумму.

2) Если $\gamma = 0.06$, то ожидаемая полезность при сумме страховки K:

$$0.95\sqrt{5000 - \gamma K} + 0.05\sqrt{5000 - 2000 + K - \gamma K}$$

$$= 0.95\sqrt{5000 - \gamma K} + 0.05\sqrt{3000 + (1-\gamma)K}$$

Найдем K, максимизирующую ожидаемую полезность:

$$-\frac{0.95 \cdot \gamma}{2\sqrt{5000 - \gamma K}} + \frac{0.05(1-\gamma)}{2\sqrt{3000 + (1-\gamma)K}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{3000 + (1-\gamma)K}{5000 - \gamma K}} = \frac{1-\gamma}{\gamma}\,\frac{5}{95} \Leftrightarrow$$

$$\frac{3000 + (1-\gamma)K}{5000 - \gamma K} = \left(\frac{1-\gamma}{\gamma}\right)^2 \left(\frac{5}{95}\right)^2$$

Если $\gamma = 0.06 \Rightarrow \dfrac{3000 + 0.94K}{5000 - 0.06K} = \left(\dfrac{94}{95}\,\dfrac{5}{6}\right)^2 \approx \underline{0.68}$

⑨

$\Rightarrow \quad 3000+0.54K = 3400-0.04K \Rightarrow$

$0.98K = 400$

$\underline{K \approx 408} < 2000 \Rightarrow$

агент не страхуется полностью, так как

$\underline{\delta > 0.05}$.

3) δ_{min}: $K=0 \Rightarrow$

$$\left.\frac{3000+(1-\delta_{min})K}{5000-\delta_{min}K}\right|_{K=0} = \left(\frac{1-\delta_{min}}{\delta_{min}}\right)^2\left(\frac{5}{55}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 0.6 = \left(\frac{1-\delta_{min}}{\delta_{min}}\right)^2\left(\frac{5}{55}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{1-\delta_{min}}{\delta_{min}} = \frac{55}{5}\sqrt{0.6} \approx \underline{14.6}$$

$$\Rightarrow \quad 14.6\,\delta_{min} = 1-\delta_{min} \Rightarrow \quad \delta_{min} = \frac{1}{15.6} \approx \underline{0.064}$$

То есть, если $\delta \geq \delta_{min} = 0.064$, то уже фактически угловое решение, где $\underline{K=0}$!

10

№5

1) Ожидаемый выигрыш:

$$\frac{1}{3}(1000+2300)+\frac{2}{3}\cdot 0=$$

$$=\frac{3300}{3}=1100>1000 \Rightarrow$$ вложение выгодно с точки зрения ожидаемого выигрыша.

2) $U(C)=\sqrt{C} \Rightarrow$ Ожидаемая полезность:

$$\frac{1}{3}\sqrt{3300}+0=\frac{10}{3}\sqrt{33}\approx \underline{19.15}$$

Если не играть/вкладывать, то $\sqrt{1000}\approx 31.62$

>19.15

$\Rightarrow$ Вложение не выгодно.

3) X - денежный эквивалент:

$$\sqrt{X}=\frac{\sqrt{3300}}{3} \Rightarrow X=\frac{3300}{9}\approx 366.67$$

4) $$\ln(x+1)=\frac{1}{3}\ln(3300+1)+\frac{2}{3}\ln(1) \Rightarrow$$

$$X+1 = (3301)^{\frac{1}{3}}\approx 14.89 \Rightarrow X\approx 13.89$$

$\rightarrow$ денежный эквивалент