

Эконометрика, 2017-2018, 4 модуль
Семинар 5
30.04.18
Для Группы Э_Б2015_Э_3
Семинарист О.А.Демидова

Автокорреляция

Автокорреляция - это явление, характерно в основном для временных рядов.

Если в линейной регрессионной модели

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \varepsilon_t, t=1, \dots, T,$$

случайные ошибки связаны следующей зависимостью:

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t,$$

где ρ - некоторое число, по абсолютной величине меньшее 1, а случайные величины u_t удовлетворяют требованиям:

$$Eu_t = 0, D(u_t) = \sigma_u^2, t=1, \dots, T, \text{ cov}(u_i, u_j) = 0, i \neq j,$$

то говорят, что имеет место автокорреляция ошибок первого порядка.

Последствия автокорреляции

- *Хотя оценки МНК коэффициентов регрессии несмещены, но неэффективны;*
- *оценки стандартных ошибок коэффициентов регрессии смещены;*
- *t-статистики коэффициентов регрессии неадекватны.*

Способы диагностики автокорреляции

Гипотеза $H_0 : \rho = 0$ в соотношении $\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t$

при альтернативной гипотезе $H_1 : \rho > 0$ или $H_1 : \rho < 0$

проверяется с помощью статистики Дарбина-Уотсона

которая вычисляется по следующей формуле:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^T (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^T \hat{\varepsilon}_t^2}$$

Распределение статистики d при выполнении нулевой гипотезы зависит от значений объясняющих переменных. Она может принимать значения от 0 до 4. Существуют таблицы для двух пороговых значений этой статистики d_L и d_U (зависящие от уровня значимости)

Если $d_U < d < 4 - d_U$ (это значит, что d близка к 2), то автокорреляция отсутствует.

Если $0 < d < d_L$, то гипотеза $H_0 : \rho = 0$ отвергается в пользу гипотезы $H_1 : \rho > 0$, т.е. наблюдается положительная автокорреляция.

Если $4 - d_L < d < 4$, то гипотеза $H_0 : \rho = 0$ отвергается в пользу гипотезы $H_1 : \rho < 0$, т.е. наблюдается отрицательная автокорреляция.

А если $d_L < d < d_U$ или $4 - d_U < d < 4 - d_L$, то по исходным данным ничего сказать нельзя.

Статистики Дарбина-Уотсона не применима в регрессии без свободного члена, в регрессии со стохастическими регрессорами и в случаях, когда автокорреляционная зависимость между случайными ошибками отличается от зависимости вида

$$\varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t.$$

Для выявления в регрессии

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \varepsilon_t$$

автокорреляции ошибок более высокого порядка:

$$\varepsilon_t = \rho_1 \varepsilon_{t-1} + \rho_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \rho_p \varepsilon_{t-p} + u_t (*),$$

т.е. выбора между гипотезами

$$H_0 : \rho_1 = \dots = \rho_p = 0 \text{ в схеме } (*) \text{ и}$$

$$H_1 : \rho_1^2 + \dots + \rho_p^2 \neq 0$$

используется тест Бройша-Годфри, сводящийся к оценке параметров регрессии с использованием остатков исходной регрессии:

$$\hat{\varepsilon}_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \alpha_1 \hat{\varepsilon}_{t-1} + \dots + \alpha_p \hat{\varepsilon}_{t-p} + u_t$$

Если гипотеза H_0 верна, то статистика TR^2 (где R^2 - коэффициент множественной детерминации в последней регрессии) имеет распределение «хи-квадрат» с p степенями свободы.

Способы устранения последствий автокорреляции

- Использование стандартных ошибок в форме Невье-Веста
- Использование для оценки параметров регрессии метода Кокрена – Оркутта.

1. Статистика Дарбина-Уотсона определяется по остаткам регрессионной модели следующим образом:

$$\begin{aligned} 1) DW &= \sum_{t=2}^n e_t e_{t-1} / \sum_{t=1}^n e_t^2 ; \quad 2) DW = \sum_{t=2}^n e_t^2 / \sum_{t=1}^n e_t e_{t-1} ; \quad 3) DW = \sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2 / \sum_{t=1}^n e_t^2 ; \\ 4) DW &= \sum_{t=2}^n e_{t-1}^2 / \sum_{t=1}^n e_t^2 ; \quad 5) DW = \sum_{t=1}^n (e_t - e_{t-1})^2 / \sum_{t=1}^n e_t^2 . \end{aligned}$$

2. Если в регрессии обнаружена автокорреляция типа AR(1), то статистика Дарбина-Уотсона и оценка коэффициента автокорреляции ρ соотносятся между собой следующим образом:

1) $\rho \approx 2(1 - DW)$; 2) $DW \approx 2(1 - \rho)$; 3) $DW \approx \rho/2$; 4) $\rho \approx DW/2$; 5) $\rho \approx DW$.

3. Статистика Дарбина-Уотсона, используемая для диагностики автокорреляции, может принимать значения:

1) от $-\infty$ до $+\infty$; 2) от 0 до $+\infty$; 3) от $-\infty$ до 0; 4) от 0 до 4; 5) от $-\infty$ до 0 и от 4 до $+\infty$.

4. Статистика Дарбина-Уотсона, используемая для диагностики автокорреляции, в отсутствии автокорреляции

1) подчиняется F-распределению; 2) подчиняется нормальному распределению;

3) подчиняется χ^2 -распределению; 4) подчиняется стандартному нормальному распределению;

5) подчиняется t-распределению; 6) не подчиняется ни одному из перечисленных распределений.

5. Тест Дарбина-Уотсона для диагностики автокорреляции неприменим

1) вообще; 2) если в модели есть свободный член; 3) если среди регрессоров есть Y_{t-1} ;

4) если $\varepsilon \sim AR(1)$; 5) если среди регрессоров нет Y_{t-1} .

6. При оценивании модели $Y_t = X_t' \beta + \varepsilon_t$ обнаружена автокорреляция и оцененная регрессия остатков показала, что $e_t = -0.6e_{t-1}$. Чтобы провести корректное оценивание, необходимо применить метод наименьших квадратов к преобразованным данным, причем для первого наблюдения будет использовано преобразование:

1) $Y_1^* = 0.8Y_1$; $X_1^* = 0.8X_1$; 2) $Y_1^* = 0.6Y_1$; $X_1^* = 0.6X_1$; 3) $Y_1^* = 0.4Y_1$; $X_1^* = 0.4X_1$; 4) $Y_1^* = -0.6Y_1$; $X_1^* = -0.6X_1$; 5) $Y_1^* = Y_1\sqrt{0.84}$; $X_1^* = X_1\sqrt{0.84}$.

7. В двушаговой процедуре Дарбина на 1-ом шаге оценивается вспомогательная регрессионная модель:

1) $Y_t = \beta X_t + \varepsilon_t$; 2) $Y_t = \alpha + \beta X_t + \varepsilon_t$; 3) $Y_t = \alpha + \beta Y_{t-1} + \varepsilon_t$;

4) $Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma X_{t-1} + \delta Y_{t-1} + \varepsilon_t$; 5) $Y_t = \alpha + \beta X_t + \gamma Y_{t-1} + \varepsilon_t$.

8. Оценкой коэффициента автокорреляции в двушаговой процедуре Дарбина служит:

1) свободный член; 2) коэффициент при X_t ; 3) коэффициент при X_{t-1} ;

4) коэффициент при Y_{t-1} ; 5) отношение коэффициентов при X_{t-1} и при X_t .

9. а) Объясните, что означает понятие «зона неопределенности» для теста Дарбина-Уотсона.

б) Объясните, почему автокорреляция может возникнуть как следствие неверной функциональной формы.

в) Объясните, почему автокорреляция может возникнуть как следствие пропущенных существенных переменных.

10. Заполните следующую таблицу

N	k	d	α	вывод об а/к
25	2	0.83	0.05	
30	5	1.24		

50	4	1.98		
60	5	3.72		
200	5	1.61		
19	5	2	0.05	

$$Y_t = a_0 + \sum_{j=1}^3 a_j X_{jt} + \varepsilon_t$$

11. При оценивании регрессионной модели по 20 наблюдениям получено значение статистики Дарбина-Уотсона $d=1,5$. При уровне значимости 1% это свидетельствует

1) о положительной автокорреляции 2) об отрицательной автокорреляции 3) об отсутствии автокорреляции 4) о попадании в зону неопределенности

12. По данным для U.S. с 1961 по 1985 г.г. были оценены коэффициенты уравнения регрессии

$$\hat{Y}_i = -49.4664 + 0.88544 X_{2i} + 0.09253 X_{3i} \quad R^2 = 0.9979, \quad d = 0.8755$$

$t=-2.2392 \quad t=70.2936 \quad t=2.6933$

где Y – агрегированное персональное потребление,

X_2 – агрегированный располагаемый доход,

X_3 – индекс Доу - Джонса.

Есть ли проблемы а/к первого порядка?

Используя двухшаговую процедуру Дарбина, исследователь получил следующий результат

$$\hat{Y}_i^* = -17.97 + 0.89 X_{2i}^* + 0.09 X_{3i}^* \quad R^2 = 0.9816, \quad d = 2.28$$

$t=-2.2392 \quad t=30.72 \quad t=2.66$

Была ли решена проблема автокорреляции?

13. Используя ежегодные данные об агрегированных расходах на покупку автомобилей Y , располагаемом душевом доходе X (обе величины измеряются в миллиардах долларов), а также об индексе относительных цен на автомобили для США в период 1959-1994 г.г., исследователь получил следующее уравнение регрессии:

$$\ln Y = -6.45 + 1.45 \ln X - 0.78 \ln P, \quad d = 0.87 \quad (1).$$

$(4.37) \quad (0.65) \quad (1.18)$

Не удовлетворенный полученным результатом, исследователь использовал процедуру Кокрена – Оркутта и получил:

$$\ln Y = -5.58 + 1.32 \ln X - 0.55 \ln P, \quad d = 1.09 \quad (2).$$

$(4.55) \quad (0.88) \quad (1.21)$

Затем исследователь включил в число объясняющих переменных индекс относительных цен на бензин G , что дало следующий результат:

$$\ln Y = -10.79 + 2.12 \ln X - 0.82 \ln P - 0.61 \ln G, \quad d = 2.19 \quad (3).$$

$(3.17) \quad (0.47) \quad (0.42) \quad (0.13)$

Объясните, почему исследователю не понравилась первая и вторая регрессии. Дайте экономическую интерпретацию третьего уравнения регрессии.

14. Тестирование наличия автокорреляции в модели CAPM

Используйте данные файла ascor.dta.

Переменные:

sngs - доходность за неделю акций Сургутнефтегаза,

rts - относительное изменение индекса РТС за неделю.

1) Оцените коэффициенты уравнения регрессии (модель CAPM)

$$sngs = \beta_0 + \beta_1 rts + \varepsilon,$$

2) С помощью теста Дарбина – Уотсона проверьте гипотезу об отсутствии автокорреляции первого порядка.

Методические рекомендации по выполнению упражнения

1) *Задайте временную структуру данных с помощью команды*

tsset time

2) *Оцените регрессию SNGS на RTS, набрав в командном окне:*

reg sngs rts

3) *Статистику Дарбина – Уотсона можно получить, набрав в командном окне*

estat dwatson

15. Тестирование наличия автокорреляции при моделировании зависимости заработной платы от выпуска в США

Используйте данные файла usa.dta.

Переменные:

TIME – год с 1959 по 1998,

WAGE – индекс почасовой заработной платы в бизнес-секторе США (за 100% принята з/п 1992 г.),

OUTPUT – индекс почасового выпуска в бизнес-секторе США (за 100% принят выпуск 1992 г.).

1) Оцените коэффициенты уравнения регрессии

$$WAGE = \beta_1 + \beta_2 OUTPUT + \varepsilon,$$

2) С помощью теста Дарбина – Уотсона проверьте гипотезу об отсутствии автокорреляции ошибок первого порядка.

3) При обнаружении автокорреляции ошибок первого порядка проведите коррекцию с помощью метода Кокрена – Оркутта.

4) С помощью теста серий проверьте, удалось ли справиться с проблемой автокорреляции ошибок первого порядка. Если не удалось, то переходите к следующему пункту.

5) Проведите тест Бройша-Годфри для выявления автокорреляции более высокого (чем первого) порядка.

6) При обнаружении автокорреляции оцените стандартные ошибки коэффициентов регрессии в форме Невье - Веста.

Методические рекомендации по выполнению упражнения

1) *Задайте временную структуру данных с помощью команды*

tsset time

2) Оцените регрессию *WAGE* на *OUTPUT* методом наименьших квадратов, набрав в командном окне

reg wage output

Для сохранения остатков наберите команду

predict res, resid

На график остатков можно посмотреть с помощью команды

twoway (line res time)

3) Статистику Дарбина – Уотсона можно получить, набрав в командном окне

estat dwatson

4) Для получения оценок параметров регрессии методом Кокрена – Оркутта.

наберите в командном окне

prais wage output

5) Для проведения теста серий наберите команду

runtest res, threshold(0)

6) Для проведения теста Бройша-Годфри наберите в командном окне

reg wage output

estat bgodfrey, lags(1/4)

Вы можете включить в команду для выполнения теста Бройша-Годфри любое количество лагов (не обязательно 4, как выбрано выше).

7) Для оценки стандартных ошибок коэффициентов регрессии в форме Невье – Веста наберите в командном окне

newey wage output, lag(...)

указав необходимое количество лагов в скобках.

16. Тестирование наличия автокорреляции при оценке функции спроса на мороженое

В файле *icescream* (в формате Eviews и STATA) содержатся данные о четырехнедельных продажах мороженого с 18.03.1951 по 11.07.1953. Эти данные позаимствованы с сайта издательства книги Марно Вербика [4]
<http://wiley europe.com/go/verbeek2ed>.

Переменные:

CONS – потребление мороженого в расчете на одного покупателя в пинтах,

INCOME – средний доход семьи за неделю в долларах США,

PRICE – цена одной пинты мороженого,

TEMP – средняя температура в градусах Фаренгейта.

1) Оцените параметры уравнения множественной регрессии

$$CONS = \beta_1 + \beta_2 INCOME + \beta_3 PRICE + \beta_4 TEMP + \varepsilon$$

2) С помощью статистики Дарбина – Уотсона проверьте гипотезу об отсутствии автокорреляции ошибок первого порядка.

3) При обнаружении автокорреляции ошибок первого порядка оцените стандартные ошибки коэффициентов регрессии в форме Невье - Веста.

4) При выявлении автокорреляции ошибок первого порядка оцените модель регрессии с ошибками в форме $\varepsilon_t = \rho\varepsilon_{t-1} + u_t$.

Методические рекомендации по выполнению упражнения

1) Для оценки параметров уравнения регрессии

Кликните в главном меню **Quick**, затем в появившемся меню **Estimate Equation**. и наберите в появившемся окне

CONS C INCOME PRICE TEMP

2) Проверьте значимость коэффициентов регрессии.

2) Значение статистики Дарбина – Уотсона в пакете *Eviews* выдается автоматически после оценки параметров уравнения регрессии. Проведите тест Дарбина – Уотсона.

3) Для оценки коэффициентов регрессии со стандартными ошибками в форме Невье - Веста следует снова выбрать пункты меню **Quick/Estimate Equation**, набрать в появившемся окне

CONS C INCOME PRICE TEMP

и, кроме этого, выбрать

Options/Heteroscedasticity Consistent Coefficient Covariance/Newey - West

и только после этого оценивать параметры уравнения регрессии.

4) Для оценки регрессии с ошибками в форме $AR(1)$, необходимо в окне, открывающемся после **Quick/Estimate Equation** набрать

CONS C INCOME PRICE TEMP AR(1)

5) Сравните оценки коэффициентов регрессии и их стандартных ошибок, полученные в пунктах 1), 3), 4).