

**Эконометрика, 2018-2019, 2 модуль**  
**Семинары 1-2**  
**29.10.18, 12.11.18 для**  
**Группы Э\_Б2016\_Э\_3**  
**Семинарист О.А.Демидова**

1. При исследовании факторов, определяющих экономический рост, по 70 странам было получено уравнение регрессии (в скобках указаны стандартные отклонения):

$$\hat{G} = 1.5 - 0.5P + 0.2S + 12I - 0.4D + 5In, R^2 = 0.6.$$

(0.1)      (0.042)      (3)      (0.5)      (3,1)

где G – темпы экономического роста, P – среднедушевой ВВП, S – бюджетный дефицит, I – объем инвестиций, D – внешний долг, In – уровень инфляции.

Проверить адекватность модели.

Согласно этой модели, при уровне значимости 5% можно утверждать, что темпы экономического роста зависят от

- 1) среднедушевого ВВП 2) бюджетного дефицита 3) объема инвестиций
- 4) внешнего долга 5) уровня инфляции

2. Оценка спроса на цейлонский чай в США с помощью регрессии

$$\ln Q = \beta_0 + \beta_1 \ln P_C + \beta_2 \ln P_I + \beta_3 \ln P_B + \beta_4 \ln Y + u,$$

где Q – спрос на цейлонский чай, P<sub>I</sub> – цена индийского чая, P<sub>C</sub> – цена цейлонского чая, P<sub>B</sub> – цена бразильского кофе, Y – располагаемый доход (в скобках указаны стандартные отклонения), по 22 наблюдениям дала следующий результат:

$$\hat{\ln Q} = 2.837 - 1.481 \ln P_C + 1.181 \ln P_I + 0.186 \ln P_B + 0.257 \ln Y, \quad RSS = 0.4277$$

(2)      (0.987)      (0.69)      (0.37)      (0.37)

Эта модель была также оценена при ограничениях  $\beta_1 = -1$ ,  $\beta_2 = 0$  и получено:

$$\ln Q \hat{=} \ln P_C = -0.738 + 0.199 \ln P_B + 0.261 \ln Y, \quad RSS = 0.6788$$

(0.82)      (0.155)      (0.165)

Проверить гипотезу  $\beta_1 = -1$ ,  $\beta_2 = 0$  и дать экономическую интерпретацию полученным результатам.

3. По данным для 27 фирм оценили производственную функцию с помощью трех моделей:

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln L + \beta_2 \ln K + u \quad (1)$$

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln(LK) + u \quad (2)$$

$$\ln Y/K = \beta_0 + \beta_1 \ln L/K + u \quad (3)$$

Суммы квадратов остатков для оцененных функций регрессий (1), (2), (3) оказались соответственно равны

$$RSS_1 = 8.51, \quad RSS_2 = 8.94, \quad RSS_3 = 9.01,$$

Объяснить, почему вторая и третья модели являются ограниченными версиями первой, выписать соответствующие ограничения на коэффициенты регрессии (1) и проверить их выполнение.

4. а) Изучая зависимость длительности обучения 540 индивида S от его способностей ASVABC, характеризующихся результатами трех тестов (см. п.в), длительности обучения матери индивида SM, длительности обучения отца индивида SF, исследователь получил следующие функции регрессии (в скобках указаны стандартные отклонения):

$$\hat{S} = \underset{(0.52)}{5} + \underset{(0.0099)}{0.115} ASVABC + \underset{(0.039)}{0.12} SM + \underset{(0.029)}{0.1} SF, \text{RSS} = 2100.646, R^2 = 0.336$$

$$\hat{S} = \underset{(0.48)}{6.5} + \underset{(0.009)}{0.14} ASVABC, \text{RSS} = 2267.587$$

Исходя из полученных результатов, можно ли считать, что длительность обучения индивида зависит только от его способностей?

- б) Была оценена также регрессия

$$S = \underset{(0.502)}{5.22} + \underset{(0.0099)}{0.115} ASVABC + \underset{(0.016)}{0.109}(SM + SF), \text{RSS} = 2100.962.$$

Исходя из полученного результата, можно ли считать, что родители в равной степени влияют на длительность обучения индивида?

- в) Значения переменной, характеризующей способности индивида, рассчитывались следующим образом:  $ASVABC = 0.5ASVAB2 + 0.25ASVAB3 + 0.25ASVAB4$ , где

ASVAB2 – результаты теста по арифметике,

ASVAB3 – результаты теста по правописанию,

ASVAB4 – результаты теста по пониманию прочитанного материала.

Исследователь оценил также регрессию

$$S = \underset{(0.54)}{4.75} + \underset{(0.012)}{0.088} ASVAB2 + \underset{(0.015)}{0.035} ASVAB3 - \underset{(0.013)}{0.0013} ASVAB4 + \underset{(0.039)}{0.12} SM + \underset{(0.029)}{0.1} SF, R^2 = 0.352$$

Исходя из полученных результатов, можно ли считать, что веса в переменной ASVABC выбраны правильно?

5. С помощью модели  $\ln Y = \beta_1 + \beta_2 \ln L + \beta_3 \ln K + u$

по данным для 30 фирм была оценена зависимость выпуска Y от труда L и капитала K:

$$\ln Y = \underset{(0.3)}{1.2} + \underset{(0.12)}{0.6} \ln L + \underset{(0.08)}{0.4} \ln K, \quad F\text{-statistic} = 200.24$$

В скобках указаны значения стандартных ошибок. На уровне значимости 5 % отвергаются гипотезы

- 1)  $H_0: \beta_2 = 0$     2)  $H_0: \beta_3 = 0$     3)  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$     4)  $H_0: \beta_2 = 0.5$     5)  $H_0: \beta_3 = 0.5$

6. Оценка производственной функции Кобба - Дугласа с помощью модели

$$\ln Q = \beta_0 I + \beta_1 \ln K + \beta_2 \ln L + \varepsilon,$$

где Q – выпуск, K- капитал, L – труд,

по 40 наблюдениям дала следующие результаты (в скобках указаны стандартные ошибки коэффициентов регрессии):

$$\ln \hat{Q} = \underset{(0.257)}{1.37} + \underset{(0.219)}{0.632} \ln K + 0.452 \ln L, \quad R^2 = 0.98, \quad \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -0.044$$

На уровне значимости 5% проверить гипотезы

- а) о равенстве эластичностей по труду и капиталу,  
б) о постоянной отдаче от масштаба

7. По 29 наблюдениям по модели

$$\ln Y = \beta_0 I + \beta_1 \ln P_1 + \beta_2 \ln P_2 + \beta_3 \ln P_3 + \varepsilon$$

оценили функцию спроса на яблоки, где

Y - спрос на яблоки,  $P_1$  - цена яблок,  $P_2$  - цена апельсинов,  $P_3$  - цена бананов.

Были получены следующие результаты:

$$\ln \hat{Y} = 14 - 5 \ln P_1 + 2.4 \ln P_2 + 2 \ln P_3,$$

оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов регрессии имеет вид:

$$\text{var}(\hat{\beta}) = 0.01 \begin{pmatrix} 1 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 2 & 0.5 & 0.7 \\ 0.2 & 0.5 & 3 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 & 0.6 & 4 \end{pmatrix}$$

На уровне значимости 5% проверить гипотезу о том, что спрос на яблоки не изменится, если все цены вырастут в одинаковое число раз.

8. По 29 наблюдениям оценена регрессия

$$\hat{Y} = 4 + 0.4X_1 + 0.9X_2, \quad R^2 = \frac{2}{15},$$

$$\text{причем } X'X = \begin{pmatrix} 29 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 \\ 0 & 10 & 80 \end{pmatrix}, \quad RSS = 520.$$

Проверить гипотезу, что сумма коэффициентов наклона равна 1.

9. (Борзых Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, задача 3.1)

Эконометресса Ширли зашла в пустую аудиторию, где царил приятный полумрак, и увидела на доске до боли знакомую надпись:

$$\hat{y} = \underset{(2.37)}{1.1} - \underset{(-0.4)}{0.7} \cdot x_2 + \underset{(3.15)}{0.9} \cdot x_3 - \underset{(-0.67)}{19} \cdot x_4$$

Помогите эконометрессе Ширли определить, что находится в скобках:

1.  $P$ -значения;
2.  $t$ -статистики;
3. стандартные ошибки коэффициентов;
4.  $R^2$ , скорректированный на номер коэффициента;
5. показатели  $VIF$  для каждого коэффициента.

10. (Борзых Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, задача 3.28)

Пусть задана линейная регрессионная модель:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 z_i + \beta_4 w_i + \beta_5 q_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 20$$

По имеющимся данным оценены следующие регрессии:

$$\underset{(se)}{\hat{y}_i} = \underset{(0.15)}{10.01} + \underset{(0.06)}{1.05} x_i + \underset{(0.04)}{2.06} z_i + \underset{(0.06)}{0.49} w_i - \underset{(0.06)}{1.31} q_i, RSS = 6.85$$

$$\underset{(se)}{\widehat{y_i - x_i - 2z_i}} = \underset{(0.15)}{10.00} + \underset{(0.07)}{0.50} w_i - \underset{(0.06)}{1.32} q_i, RSS = 8.31$$

$$\underset{(se)}{\widehat{y_i + x_i + 2z_i}} = \underset{(3.62)}{9.93} + \underset{(1.48)}{0.56} w_i - \underset{(1.42)}{1.50} q_i, RSS = 4310.62$$

$$\underset{(se)}{\widehat{y_i - x_i + 2z_i}} = \underset{(3.26)}{10.71} + \underset{(1.33)}{0.09} w_i - \underset{(1.28)}{1.28} q_i, RSS = 3496.85$$

$$\underset{(se)}{\widehat{y_i + x_i - 2z_i}} = \underset{(1.25)}{9.22} + \underset{(0.51)}{0.97} w_i - \underset{(0.49)}{1.54} q_i, RSS = 516.23$$

На уровне значимости 5% проверьте гипотезу  $H_0 : \begin{cases} \beta_2 = 1 \\ \beta_3 = 2 \end{cases}$  против альтернативной гипотезы  $H_a : |\beta_2 - 1| + |\beta_3 - 2| \neq 0$ .