



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Микроэкономика

Лекция 3

Александр Тарасов
Департамент теоретической экономики

Что мы знаем?

- Чтобы анализировать выбор потребителя, мы должны задать предпочтения потребителя, $\succeq$
- Рациональность предпочтений: полнота (все возможные потребительские наборы могут быть сравнимы) и транзитивность (если $X \succeq Y$ и $Y \succeq Z$, то $X \succeq Z$)
- Кривая безразличия: это все возможные потребительские наборы, между которыми потребитель безразличен: $X \sim Y$
- “Хорошая” кривая безразличия:
 - чем больше, тем лучше (строгая монотонность) → кривая безразличия убывает
 - строгая выпуклость предпочтений (вместе с строгой монотонностью) → кривая безразличия строго выпукла

Функция полезности

- Вместо того, чтобы работать напрямую с предпочтениями, гораздо удобнее работать с **функцией полезности**, которая описывает эти предпочтения
- **Важно!** Потребительские предпочтения фундаментальны (база), функция полезности – это просто способ их описания
- В чем суть? Каждому потребительскому набору (x_1, x_2) , мы можем приписать числовое значение $U(x_1, x_2)$, где $U(.,.)$ некоторая функция
- В этом случае, $(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2)$ тогда и только тогда, когда
$$U(x_1, x_2) \geq U(y_1, y_2)$$

Функция полезности

- Аналогично, $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ тогда и только тогда, когда
$$U(x_1, x_2) > U(y_1, y_2)$$
- Наконец, $(x_1, x_2) \sim (y_1, y_2)$ тогда и только тогда, когда
$$U(x_1, x_2) = U(y_1, y_2)$$
- **Важно!** Нас интересует только порядок потребительских наборов, числовое значение функции как таковое не играет роли (табличка)

Набор	U1	U2	U3
X	3	17	-1
Y	2	10	-2
Z	1	0.1	-3

Функция полезности

- Так как для нас важно только ранжирование, существует бесконечное число способов задать функцию полезности для заданных предпочтений
 - а именно: пусть у нас есть какая-то функция полезности $U(.,.)$ описывающая предпочтения $\succeq$
 - тогда любое строго положительное монотонное преобразование функции $U(.,.)$ является тоже функцией полезности
- Более формально: пусть у нас есть строго положительное монотонное преобразование $f(.)$ (строго возрастающая функция), U переходит в $f(U)$
 - тогда $f(U(.,.))$ является функцией полезности

Функция полезности

- Действительно,

$$(x_1, x_2) \succeq (y_1, y_2) \Leftrightarrow U(x_1, x_2) \geq U(y_1, y_2)$$

так как $f(\cdot)$ строго возрастающая,

$$U(x_1, x_2) \geq U(y_1, y_2) \Leftrightarrow f(U(x_1, x_2)) \geq f(U(y_1, y_2))$$

то есть $f(U(\cdot, \cdot))$ тоже функция полезности

- Так как монотонных преобразований (умножение на положительное число, возведение в нечетную степень) бесконечное число, существует бесконечное число функций полезности для заданных предпочтений.

Функция полезности

- **Важно!** Только рациональные предпочтения могут быть представлены функцией полезности (то есть, рациональность это необходимое условие)
 - полнота: для любых наборов $x=(x_1, x_2)$ и $y=(y_1, y_2)$ мы можем подсчитать $U(x)=U(x_1, x_2)$ и $U(y)=U(y_1, y_2)$ и затем сравнить эти числа! Либо $U(x) \geq U(y)$, либо $U(y) \geq U(x)$. Так как $U(.,.)$ функция полезности, то либо $x \succeq y$, либо $y \succeq x \rightarrow$ полнота предпочтений
 - транзитивность: предположим, что $x \succeq y$ и $y \succeq z$, тогда $U(x) \geq U(y) \geq U(z) \rightarrow U(x) \geq U(z) \rightarrow x \succeq z$

Функция полезности и кривая безразличия

- Заданная кривая безразличия содержит все такие потребительские наборы, что $X \sim Y$
- Что это значит в терминах функции полезности? По определению:

$$X \sim Y \Leftrightarrow U(X)=U(Y)$$

- Заданная кривая безразличия содержит все такие потребительские наборы, что $U(x_1, x_2)=U(y_1, y_2) \dots =k$ (некий заданный уровень полезности)
- Другими словами, кривая безразличия – это все потребительские наборы, для которых $U(x_1, x_2)=k$, где k задает уровень полезности этих наборов. Например: $U(x_1, x_2)=x_1 \cdot x_2=k$

Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- Совершенные **субституты** (кола и пепси): нам не важно, кола это или пепси, главное общее количество напитка! В этом случае,
 $U(x_1, x_2) (U(\text{кола}, \text{пепси})) = x_1 + x_2$
 - если мы заменим 1 колу на 1 пепси, то
$$U(x_1 - 1, x_2 + 1) = x_1 - 1 + x_2 + 1 = x_1 + x_2$$
 - это не единственный способ описать совершенные **субституты**: $U(x_1, x_2) = (x_1 + x_2)^3$ (монотонное преобразование)
 - более общий случай: $U(x_1, x_2) = a \cdot x_1 + b \cdot x_2$
 - 1 единицу продукта 2 можно заменить на b/a единиц продукта 1: $U(x_1 - b/a, x_2 + 1) = a \cdot x_1 + b \cdot x_2 = U(x_1, x_2)$

Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- Совершенные **комплементы** (правый и левый ботинки): мы не можем носить правый ботинок без левого и наоборот. Нам необходима пара обуви. В этом случае, $U(x_1, x_2) = \min\{x_1, x_2\}$
 - действительно, допустим у нас есть два левых ботинка и один правый: $U(2, 1) = \min\{2, 1\} = 1 = \min\{1, 1\} = U(1, 1) \rightarrow$ дополнительный левый ботинок не добавляет никакой полезности
 - **Важно!** предпочтения не строго монотонны

Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- в общем случае: $U(x_1, x_2) = \min\{a \cdot x_1, b \cdot x_2\}$
 - о a и b отображают пропорцию в которой потребляются продукты: $a \cdot x_1 = b \cdot x_2 \rightarrow x_1/x_2 = b/a$
 - о если $b=2$, $a=1$, то на единицу продукта 2 мы потребляем две единицы продукта 1 (чашка чая с двумя ложками сахара)

Функция полезности и кривая безразличия: примеры

- Предпочтения Кобба-Дугласа: $U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^\beta$, $\alpha, \beta > 0$
 - “хорошие” предпочтения: строго монотонные и строго выпуклые
 - один из самых простых (математических) способов задать “хорошие” предпочтения
 - альтернативный способ (монотонное преобразование):

$$\ln(x_1^\alpha x_2^\beta) = \alpha \ln x_1 + \beta \ln x_2$$

Предельная полезность

- Предельная полезность – дополнение к полезности, получаемой индивидом в результате небольшого увеличения потребления любого товара в расчете на единицу его прироста
- Более формально и более понятно: давайте увеличим потребление продукта 1 на **небольшую** величину Δx_1 , тогда

$$MU_1 = \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \frac{U(x_1 + \Delta x_1, x_2) - U(x_1, x_2)}{\Delta x_1}$$

- В этом случае, $\Delta U = MU_1 * \Delta x_1$

Предельная полезность

- Более интуитивно (но не совсем правильно!): предельная полезность – увеличение полезности при потреблении дополнительной единицы продукта
- Точно также:

$$MU_2 = \frac{\Delta U}{\Delta x_2} = \frac{U(x_1, x_2 + \Delta x_2) - U(x_1, x_2)}{\Delta x_2}$$

- В этом случае, $\Delta U = MU_2 * \Delta x_2$

Предельная полезность

- Важно понимать:
 - предельная полезность зависит от выбора конкретной функции полезности
 - знание предпочтений $\gtrsim$ не дает нам возможности найти предельную полезность (сначала мы должны задать функцию полезности, описывающую эти предпочтения)
 - немного более формальной:

$$MU_1 = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta x_1} = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{U(x_1 + \Delta x_1, x_2) - U(x_1, x_2)}{\Delta x_1} \Rightarrow$$

$$MU_1 = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1}, \quad MU_2 = \frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2}$$

Предельная полезность

- Зачем нам нужна предельная полезность (если она не связана напрямую с предпочтениями потребителя)?
- Оказывается, предельная полезность может быть использована, чтобы подсчитать **предельную норму замещения (MRS)** между продуктами (который является важной характеристикой предпочтений потребителя)
- **MRS** – это пропорция, при которой потребитель готов заменить потребление **небольшого** количества товара 1 на потребление небольшого количества товара 2 (оставаясь на той же кривой безразличия)

Предельная полезность

- Рассмотрим изменение в потреблении ($\Delta x_1 < 0, \Delta x_2 > 0$), такое что уровень полезности не меняется
- В этом случае, $MU_1 \cdot \Delta x_1 + MU_2 \cdot \Delta x_2 = \Delta U = 0 \Rightarrow$

$$MRS = \left| \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \right| = \frac{MU_1}{MU_2}$$

- **Важно!** Отношение предельных полезностей не зависит от выбора функции полезности и является характеристикой предпочтений, то есть реального поведения индивидов
 - монотонное преобразование функции полезности не меняет отношение предельных полезностей!

Предельная полезность

- одно из преимуществ использования функции полезности (вместо работы напрямую с предпочтениями) – это возможность достаточно легко подсчитать MRS

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2}}$$

- есть и другие преимущества!

- Предпочтения потребителя удобно описывать функцией полезности:
 - для заданных предпочтений может быть бесконечно много функций полезности
 - если задана функция полезности, то кривая безразличия задается следующим уравнением $U(x_1, x_2) = k$, где k характеризует некий уровень полезности (чем больше k , тем выше полезность)
 - мы можем подсчитать предельную норму замещения (MRS)
 - следующий шаг: кривая спроса!