

Домашнее задание 2.**Тема: Кривые безразличия и функция полезности.****Куда и когда сдавать:** ПЕРЕД лекцией, 4 февраля (понедельник)**Формат:** обязательно в бумажном виде (на листах А4, скрепленных степлером)**Максимальное количество баллов:** 100.*Убедитесь, что на работе указаны ваша фамилия и номер вашей группы!***Задача 1 (20 баллов)**

Функция полезности агента, описывающая его предпочтения, задана следующим образом:

$$U(x_1, x_2) = \min(\sqrt{x_2} + x_1, 2x_1) \quad \text{где } x_1 \geq 0 \text{ и } x_2 \geq 0.$$

(а) (10 баллов) Изобразите кривые безразличия для данных предпочтений. Объясните, как вы это сделали.

(б) (10 баллов) Определите, являются ли предпочтения агента монотонными или строго монотонными, выпуклыми или строго выпуклыми? Объясните свой ответ.

Задача 2 (20 баллов)

Рассмотрим следующую функцию полезности потребителя: $U(x_1, x_2) = 2x_2^2 + 4x_1^5$.

(а) (4 балла) Найдите предельные полезности, MU_1 и MU_2 , и предельную норму замещения.

(б) (10 баллов) Используя полученную предельную норму замещения, постройте карту кривых безразличия для предпочтений, описываемых этой функцией полезности. Объясните, как вы это сделали. Будут ли предпочтения выпуклы, строго выпуклы? Объясните свой ответ.

(с) (6 баллов) Предположим, потребитель потребляет 3 ед. первого товара ($x_1=3$) и 2 ед. второго товара ($x_2=2$). Какое количество товара 2 потребитель будет готов обменять на небольшое количество, ε , товара 1 для того, чтобы его благосостояние не изменилось? Объясните свой ответ.

Задача 3 (20 баллов)

Рассмотрим теперь функцию полезности вида $U(x_1, x_2) = x_2^3 + 3\sqrt{x_1}$.

(а) (4 балла) Найдите предельные полезности, MU_1 и MU_2 , и предельную норму замещения.

(b) (10 баллов) Используя полученную предельную норму замещения, постройте карту кривых безразличия для предпочтений, описываемых этой функцией полезности. Объясните, как вы это сделали. Будут ли предпочтения выпуклы, строго выпуклы? Объясните свой ответ.

(с) (6 баллов) Предположим, потребитель потребляет 4 ед. первого товара ($x_1=4$) и 1 ед. второго товара ($x_2=1$). Какое количество товара 2 потребитель будет готов обменять на небольшое количество, ε , товара 1 для того, чтобы его благосостояние не изменилось? Объясните свой ответ.

Задача 4 (30 баллов)

Функция полезности агента, описывающая его предпочтения, задана следующим образом:

$$U(x_1, x_2) = (x_1 - x_2)^2 \text{ где } x_1 \geq 0 \text{ и } x_2 \geq 0.$$

(а) (10 баллов) Изобразите кривые безразличия для данных предпочтений. Объясните, как вы это сделали.

(b) (10 балла) Определите, являются ли предпочтения агента монотонными или строго монотонными, выпуклыми или строго выпуклыми? Объясните свой ответ.

(с) (5 баллов) Предположим, агент потребляет 1 ед. продукта 1 и 2 ед. продукта 2. Его товарищ предложил обменять небольшое количество продукта 1, $\varepsilon > 0$, на 2ε ед. продукта 2 (то есть, агент отдает небольшое количество продукта 1, ε , своему товарищу, а получает взамен 2ε ед. продукта 2). Согласится ли наш агент на это? Объясните свой ответ.

(d) (5 баллов) Предположим, агент потребляет 2 ед. продукта 1 и 1 ед. продукта 2. Его товарищ снова предложил обменять небольшое

количество продукта 1, $\varepsilon > 0$, на 2ε ед. продукта 2. Согласится ли наш агент на это? Объясните свой ответ.

Задача 5 (10 баллов)

Пусть предпочтения потребителя описываются функцией полезности $U(x_1, x_2)$. Покажите, что предельная норма замещения не меняется при строго положительном монотонном преобразовании, $f(\cdot)$, функции полезности (хинт: можно предположить, что функции $U(x_1, x_2)$ и $f(\cdot)$ дифференцируемы).