



НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ

Микроэкономика

Лекция 4

Александр Тарасов
Департамент теоретической экономики

Бюджетные ограничения

- Потребитель выбирает наилучший набор, который может себе позволить
- Выбор очевидно зависит от бюджетных ограничений потребителя
- Как выглядят бюджетные ограничения?
- Пусть есть цены на товары: (p_1, p_2) и деньги (доход) M , которые потребитель может потратить:

- все доступные потребительские наборы удовлетворяют следующему **бюджетному ограничению**

$$p_1 \cdot X_1 + p_2 \cdot X_2 \leq M$$

- **линия бюджетных ограничений (бюджетная прямая):**

$$p_1 \cdot X_1 + p_2 \cdot X_2 = M$$



Бюджетные ограничения

- **Наклон** бюджетной прямой p_1/p_2 : уровень замещения товара 1 товаром 2, предлагаемая **рынком!**
- Допустим потребитель собирается увеличить потребление товара 1 на Δx_1 , на сколько должно измениться потребление товара 2, чтобы остаться на той же самой бюджетной прямой?

$$p_1 \cdot X_1 + p_2 \cdot X_2 = M$$

$$p_1 \cdot (X_1 + \Delta x_1) + p_2 \cdot (X_2 + \Delta x_2) = M$$

$$p_1 \cdot \Delta x_1 + p_2 \cdot \Delta x_2 = 0$$

$$p_1/p_2 = -\Delta x_2/\Delta x_1$$

- То есть, если увеличим (или сократим) потребление товара 1 на единицу, мы должны сократить (или сможем увеличить) потребление товара 2 на p_1/p_2 единиц



Бюджетные ограничения

- Как влияет изменения цен и дохода на бюджетную прямую?
- Если растет M , то прямая параллельно сдвигается направо
- Если, например, растет p_1 , то бюджетная прямая поворачивается налево вокруг точки M/p_2 (картинка на доске)
- Иногда, удобно предположить, что $p_2=1$ (нормализация). В этом случае, товар 2 может интерпретироваться, как деньги потраченные на все остальные продукты

Оптимальный выбор потребителя

- Как происходит выбор наилучшего продукта при бюджетных ограничениях?
- Канонический случай → мы двигаем кривую безразличия в сторону увеличения полезности до точки **касания** с бюджетной прямой!
- Получаем оптимальный выбор: $(X1^*, X2^*)$
- **Важно!** Не во всех случаях условие касания будет выполнено → совершенные complements (картинка)



Оптимальный выбор потребителя: примеры (доска)

- Выбор, когда товары **совершенные комплементы**
- Выбор, когда товары **совершенные субституты**
- Не **выпуклая** кривая безразличия
- **Вогнутая** кривая безразличия
- **Безразличное** благо
- Предпочтения **Кобб-Дугласа**
- **Выпуклая** кривая безразличия и угловое решение

Оптимальный выбор и выпуклость (монотонные предпочтения)

- **Важно!** Строгая выпуклость предпочтений допускает, но не гарантирует внутреннее решение
 - строго вогнутая кривая безразличия ведет к угловым решениям
- Предпочтения выпуклы:
 - **если** есть точка касания, то это оптимальный набор
- Предпочтения строго выпуклы:
 - единственный оптимальный набор на бюджетной прямой!

Оптимальный выбор и предельная норма замещения

- В случае, когда оптимальный выбор соответствует точке касания:

$$MRS = p_1/p_2$$

- Экономическая интуиция:
 - MRS- пропорция, при которой потребитель готов заменить потребление **небольшого** количества товара 1 на потребление небольшого количества товара 2 (оставаясь на той же кривой безразличия)
 - p_1/p_2 – предельная норма замещения предлагаемая рынком
 - оптимальный выбор: предельная норма замещения предлагаемая рынком соответствует предельной норме замещения потребителя

Оптимальный выбор и предельная норма замещения

- Например, если $MRS=1/2$ и $p_1/p_2=1$:
 - потребитель готов “пожертвовать” двумя единицами товара 1, чтобы приобрести **ЕДИНИЦУ** товара 2
 - рынок предлагает за две единицы товара 1 **ДВЕ** единицы товара 2
 - однозначно, потребитель воспользуется этой возможностью и увеличит свою полезность...изначальный выбор был не оптимален



Как находить оптимальный набор?

- **В первую очередь**, надо посмотреть как выглядят кривые безразличия!
 - не начинайте сразу максимизировать полезность, считать производные и так далее
- Если видно, что решение определяется точкой касания (как в “каноническом” случае), то есть два способа:



Как находить оптимальный набор?

- мы знаем, что $MRS = p_1/p_2 \rightarrow$

$$\frac{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1}}{\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2}} = \frac{p_1}{p_2}$$

- в добавок,

$$p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = M$$

- у нас есть два уравнения и две неизвестные переменные
- $x_1^*(p_1, p_2, M)$ и $x_2^*(p_1, p_2, M)$

Как находить оптимальный набор?

- Другой способ (более общий и формальный):

$$U(x_1, x_2) \rightarrow \max_{x_1, x_2}$$

при условии, что

$$p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 \leq M,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- Если оптимальный набор является точкой касания, то снова есть два способа 😊

- можно выразить x_2 через x_1 , используя бюджетное ограничение (нужна монотонность предпочтений):

$$x_2 = (M - p_1 \cdot x_1) / p_2$$

- и подставить в функцию полезности: $U(x_1, (M - p_1 \cdot x_1) / p_2)$
- максимизируем по одной переменной, берем производную и т.д.



Как находить оптимальный набор?

- Другой способ (метод Лагранжа):

- записываем функцию Лагранжа

$$L=U(x_1,x_2)-\lambda(p_1*x_1+p_2*x_2-M)$$

- если оптимальный набор является точкой касания, то он удовлетворяет следующим условиям

$$\partial L/\partial x_1=0 \Leftrightarrow \frac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_1} = \lambda p_1 ,$$

$$\partial L/\partial x_2=0 \Leftrightarrow \frac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_2} = \lambda p_2 \text{ и}$$

$$\partial L/\partial \lambda=0 \Leftrightarrow p_1*x_1+p_2*x_2=M$$

- считаем производные и находим оптимальный набор
- экономическая интерпретация множителя Лагранжа, λ : **предельная полезность дохода!**



Как находить оптимальный набор? Множитель Лагранжа.

- Мы можем найти $U(x_1^*(p_1, p_2, M), x_2^*(p_1, p_2, M))$. В этом случае:

$$\frac{\partial U(x_1^*, x_2^*)}{\partial M} = \frac{\partial U}{\partial x_1^*} \frac{\partial x_1^*}{\partial M} + \frac{\partial U}{\partial x_2^*} \frac{\partial x_2^*}{\partial M}$$

- Из бюджетного ограничения:

$$p_1^* x_1^* + p_2^* x_2^* = M \rightarrow$$

$$p_1 \frac{\partial x_1^*}{\partial M} + p_2 \frac{\partial x_2^*}{\partial M} = 1 \rightarrow p_1 \frac{\partial x_1^*}{\partial M} = 1 - p_2 \frac{\partial x_2^*}{\partial M}$$

- Вспомним, что $\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_1} = \lambda^* p_1$ и $\frac{\partial U(x_1, x_2)}{\partial x_2} = \lambda^* p_2$

- Таким образом,

$$\frac{\partial U(x_1^*, x_2^*)}{\partial M} = \lambda^* \left(1 - p_2 \frac{\partial x_2^*}{\partial M} \right) + \lambda^* p_2 \frac{\partial x_2^*}{\partial M} = \lambda.$$



Как находить оптимальный набор?

- Если решение не является точкой касания, то надо смотреть на специфику кривых безразличия
 - может быть угловое решение, тогда все понятно
 - в случае совершенных комплементов, функция полезности не дифференцируема, решение не точка касания, но тем не менее решение найти легко (могут быть похожие примеры)