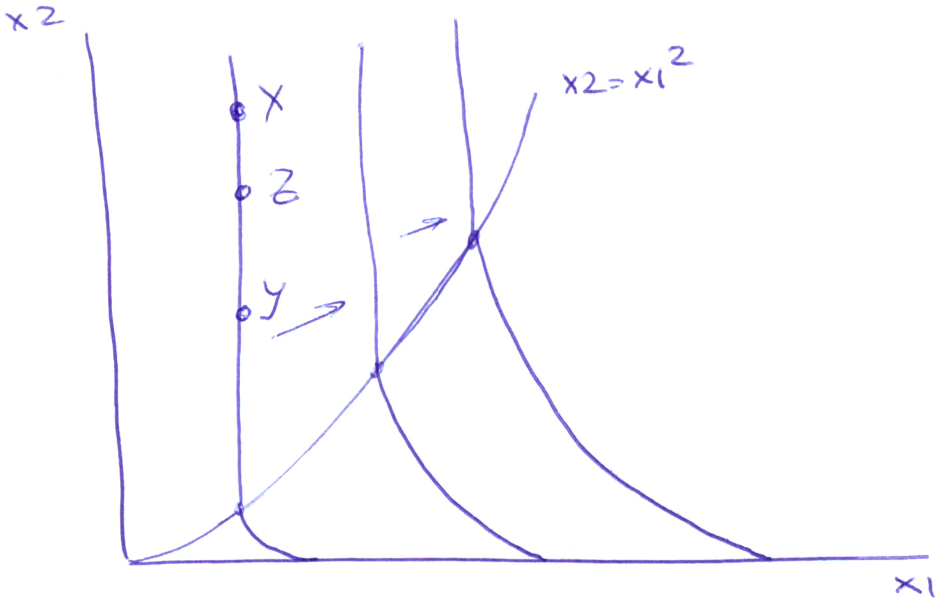
D

#1

$u(x1, x2) = \min(\sqrt{x2} + x1, 2x1)$, $x1 \geq 0$
$x2 \geq 0$

A) Мы имеем след ситуацию:
если $\sqrt{x2} + x1 < 2x1 \Leftrightarrow \sqrt{x2} < x1 \Leftrightarrow \underline{x2 < x1^2}$
то $u(x1, x2) = \sqrt{x2} + x1$
если же $\sqrt{x2} + x1 \geq 2x1 \Leftrightarrow x2 \geq x1^2 \Rightarrow$
$u(x1, x2) = 2x1$ (то есть, x2 - безразличное благо)
В этом случае кривые безразличия будут следующие:



Если $u(x1, x2) = \sqrt{x2} + x1 \Rightarrow MRS = 2\sqrt{x2} \Rightarrow$
эта часть кривой безразличия будет строго выпуклой (MRS ↓ если x1↑, x2↓).

Б) Предпочтения будут монотонными, так как, если x1↑, x2↑ $\Rightarrow u(x1, x2)$↑
Однако, строго монотонности нет, так как товар 2 в некоторых случаях является безразличным благом.

3) Предпочтения будут выпуклыми:

$\forall x, y: x \succsim y \Rightarrow tx+(1-t)y \succsim y$

$\forall t \in (0,1)$

это легко видеть из графика кривых безразличия.

Строгой выпуклости не будет.

Для наборов x, y, z (см. график)

$tx+(1-t)y \sim z \Rightarrow$ противоречие строгой выпуклости.

#2

$u(x_1, x_2) = 2x_2^2 + 4x_1^5$

А) $MU_1 = \frac{\partial u}{\partial x_1} = \cancel{\quad} \; 20x_1^4$

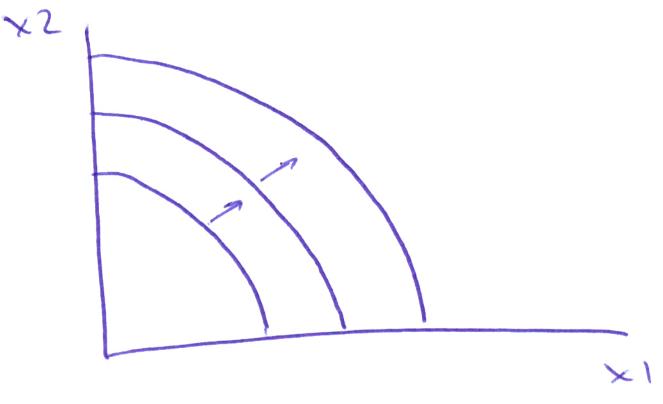
$MU_2 = 4x_2$

$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{20x_1^4}{4x_2} = \frac{5x_1^4}{x_2}$

Б) Если мы двигаемся вдоль кривой безразличия $(x_1\uparrow, x_2\downarrow) \Rightarrow MRS\uparrow$

При этом, легко увидеть, что предпочтения будут строго монотонные.

В этом случае, мы получаем:



3) Очевидно, что предпочтения не будут выпуклыми.

с) Если $x1=3$ и $x2=2$, то

$$MRS = \frac{5x1^4}{x2} = \frac{5\cdot 3^4}{2} \Rightarrow$$

за ε ед. товара 1, потребитель готов получить $\frac{5\cdot 3^4}{2}\cdot\varepsilon$ ед. товара 2.
(обменять)

$$= \frac{81\cdot 5}{2}\varepsilon = \frac{405}{2}\varepsilon.$$

#3

$$u(x1,x2) = x2^3 + 3\sqrt{x1}$$

А) $MU1 = \frac{3}{2\sqrt{x1}}$ $\qquad MU2 = 3x2^2$

$$MRS = \frac{3}{2\sqrt{x1}\cdot 3x2^2} = \frac{1}{2\sqrt{x1}\,x2^2}$$

Б) В этом случае, нам не совсем понятно, убывает ли или возрастает MRS при движении вдоль кривой безразличия.
Можно сделать следующее:

u — задать некоторый уровень полезности $k \Rightarrow$

$$x2^3 + 3\sqrt{x1} = k \Rightarrow \sqrt{x1} = \frac{k - x2^3}{3} \Rightarrow$$

$$MRS = \frac{1}{\frac{2}{3}(k - x2^3)x2^2} = \frac{3}{2(k-x_2^3)x_2^2}$$

4) Двигаясь вдоль кривой безразличия, мы увеличиваем x_1 и уменьшаем x_2.

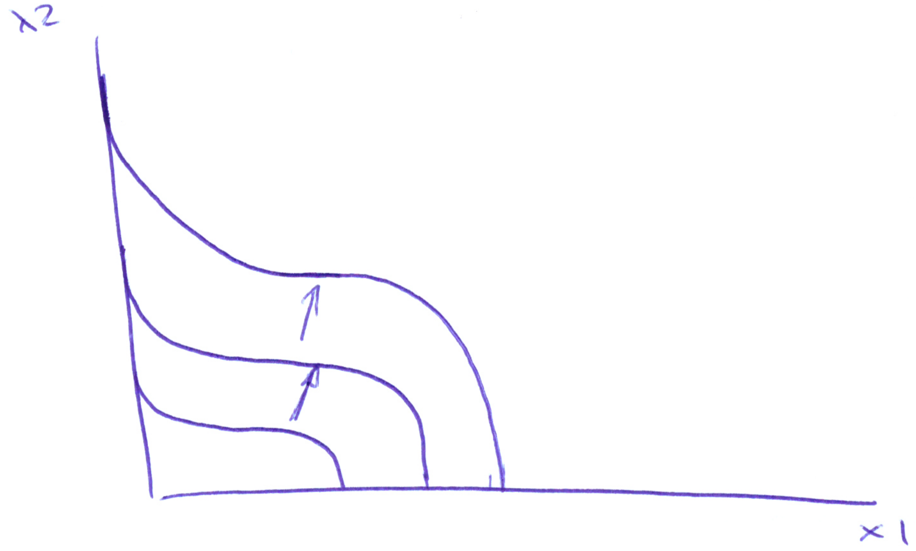
В этом случае, MRS сначала падает, потом растет. То есть,

$(k - x_2^3)x_2^2$ сначала растет по x_2, потом падает?

Более того, если $x_1 = 0 \Rightarrow MRS = \infty$

если $x_2 = 0$, если $MRS = \infty$.

$\Rightarrow$ получаем след. карту кривых безразличия:



Выпуклости очевидно нет!

c) $x_1 = 4$ $x_2 = 1 \Rightarrow MRS = \frac{1}{2\sqrt{4}\cdot 1^2} = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow$ 1 ед. товара 1 потребитель готов обменять на $\frac{1}{4}$ ед. товара 2.

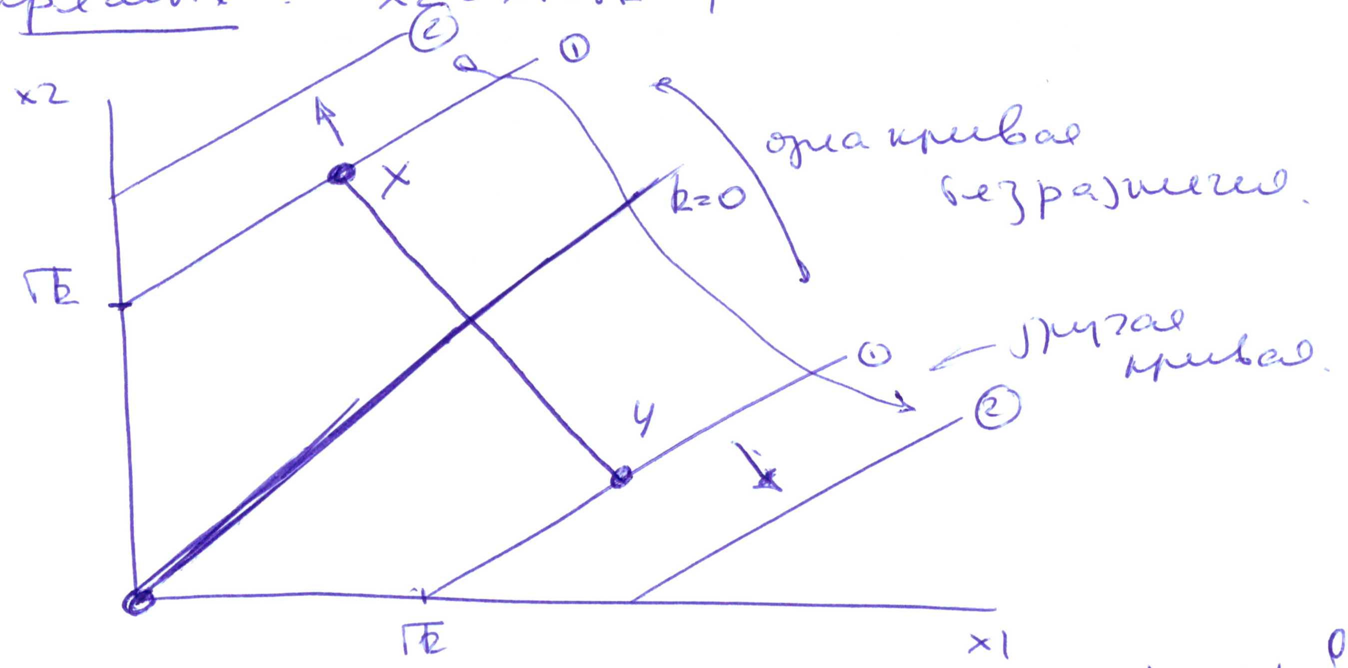
#4

$u(x_1, x_2) = (x_1 - x_2)^2$; $x_1 \geq 0$, $x_2 \geq 0$

А) Зададим уровень полезности $k \geq 0$.

$\Rightarrow (x_1 - x_2)^2 = k \Rightarrow$

$x_1 - x_2 = \sqrt{k}$ или $-\sqrt{k}$. То есть, кривая безразличия состоит из двух прямых: $x_2 = x_1 - \sqrt{k}$, $x_2 = x_1 + \sqrt{k}$



Если $k = 0 \Rightarrow$ кривая безразличия $x_2 = x_1$!

Б) Очевидно, что предпочтения не будут монотонными. Например, увеличив x_1 на Δ и x_2 на Δ, мы останемся на той же кривой безразличия:

$$(x_1 + \Delta - x_2 - \Delta)^2 = (x_1 - x_2)^2$$

Выпуклости тоже не будет. Возьмем наборы X и Y (см. график). Видно, что

$tX + (1-t)Y$ будет строго хуже, чем каждый из этих наборов.

⑥

c) ~~[illegible]~~ $x_1=1$; $x_2=2$

ε ед. товара 1 на 2ε ед. товара 2?

Тут можно даже не считать MRS, а просто сравнить полезности:

$$u(1,2)=1$$

$$u(1-\varepsilon, 2+2\varepsilon) = (1-\varepsilon-2-2\varepsilon)^2 = \underline{(1+3\varepsilon)^2 > 1}.$$

То есть, агент получает при обмене строго лучший набор. Согласился.

D) $\underline{x_1=2;\ x_2=1} \Rightarrow$

$$u(2,1)=1$$

$$u(2-\varepsilon, 1+2\varepsilon) = (2-\varepsilon-1-2\varepsilon)^2 = (1-3\varepsilon)^2 < 1.$$

Не согласился. Набор $(2,1) \succ (2-\varepsilon, 1+2\varepsilon)$.

C) и D) можно также показать, используя градиент.

#5

$$u(x_1,x_2) \Rightarrow MRS = \frac{\partial u}{\partial x_1} \Big/ \frac{\partial u}{\partial x_2}$$

$$f(u(x_1,x_2)) \Rightarrow MRS = \frac{\cancel{f'(u(x_1,x_2))}\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\cancel{f'(u(x_1,x_2))}\frac{\partial u}{\partial x_2}} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}}$$

Получаем ту же предельную норму замещения.