

**Эконометрика, 2018-2019, 3 модуль**  
**Семинар 5**  
**11.02.19**

**Для Группы Э\_Б2016\_Э\_3**  
**Семинарист О.А.Демидова**

**Метод максимального правдоподобия**  
**Проверка гипотез**

1) Магнус, Катышев, Пересецкий, № 10.10

Известно, что в модели  $Y = X\beta + \varepsilon$

Имеется гетероскедастичность, причем

$$\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma_1^2, i = 1, \dots, n_1, \quad \text{var}(\varepsilon_i) = \sigma_2^2, i = n_1 + 1, \dots, n = n_1 + n_2$$

$$\text{cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j.$$

В предположении нормальности вектора ошибок постройте тест отношения правдоподобия (LR-test) для проверки гипотезы  $H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$ .

2) Борзых, Демешев, № 5.19, 5.20

**5.19** Исследователь Вениамин пытается понять, как логарифм количества решённых им по эконометрике задач зависит от количества съеденных им пирожков. Для этого он собрал 100 наблюдений. Первые 50 наблюдений — относятся к пирожкам с мясом, а последние 50 наблюдений — к пирожкам с повидлом. Вениамин считает, что ожидаемое количество решённых задач не зависит от начинки пирожков, а только от их количества, т.е.  $y_i = \beta x_i + u_i$ . Однако он полагает, что для пирожков с мясом —  $u_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma_M^2)$ , а для пирожков с повидлом —  $u_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma_J^2)$ .

1. Выпишите логарифмическую функцию правдоподобия.

2. Выпишите условия первого порядка для оценки  $\beta, \sigma_M^2, \sigma_J^2$ .

**5.20** После долгих изысканий Вениамин пришёл к выводу, что  $\beta = 0$ , т.е. что логарифм количества решённых им по эконометрике за вечер задач имеет нормальное распределение  $y_i$  с математическим ожиданием ноль. Однако он по-прежнему уверен, что дисперсия  $y_i$  зависит от того, какие пирожки он ел в этот вечер. Для пирожков с повидлом  $y_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma_J^2)$ , а для пирожков с мясом —  $y_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma_M^2)$ . Всего 100 наблюдений. Первые 50 вечеров относятся к пирожкам с мясом, последние 50 вечеров — к пирожкам с повидлом:

$$\sum_{i=1}^{50} y_i = 10, \quad \sum_{i=1}^{50} y_i^2 = 100, \quad \sum_{i=51}^{100} y_i = -10, \quad \sum_{i=51}^{100} y_i^2 = 300$$

1. Найдите оценки  $\sigma_M^2, \sigma_J^2$ , которые получит Вениамин.

2. Помогите Вениамину проверить гипотезу  $\sigma_M^2 = \sigma_J^2$  с помощью тестов отношения правдоподобия, множителей Лагранжа и Вальда.

3) По данным файла rlms14.dta

- 1) Оцените зависимость заработной платы от возраста (квадратичная зависимость), пола, продолжительности рабочей недели в часах, количества подчиненных.
- 2) Проверьте, что максимальная заработная плата достигается в 40 лет с помощью
  - А) теста Вальда (использовав линейное и нелинейное ограничение),
  - Б) с помощью теста отношения правдоподобия.
- 3) Проверьте, что максимальная заработная плата достигается в 40 лет, а продолжительность рабочей недели не влияет на заработную плату с помощью
  - А) теста Вальда (использовав линейное и нелинейное ограничение),
  - Б) с помощью теста отношения правдоподобия.

Решение.

```
. gen age = 2005- birth_year
```

```
. reg wage age agesq gender duration_weekh subordinates
```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	1014
Model	6.7651e+09	5	1.3530e+09	F( 5, 1008) =	25.02
Residual	5.4510e+10	1008	54077771.4	Prob > F =	0.0000
				R-squared =	0.1104
				Adj R-squared =	0.1060
Total	6.1275e+10	1013	60489099.1	Root MSE =	7353.8

wage	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
age	253.9315	133.9959	1.90	0.058	-9.011409 516.8743
agesq	-3.436652	1.557422	-2.21	0.028	-6.492812 -.3804918
gender	-3105.083	475.3481	-6.53	0.000	-4037.868 -2172.298
duration_weekh	9.796951	20.996	0.47	0.641	-31.40392 50.99783
subordinates	9.623287	1.218617	7.90	0.000	7.231969 12.0146
_cons	8279.367	2915.344	2.84	0.005	2558.529 14000.21

```
. est store reg1
```

```
. test age = -80*agesq
```

```
( 1) age + 80*agesq = 0
```

```

F( 1, 1008) = 0.91
Prob > F = 0.3414

```

```
. testnl _b[age]/(2*_b[agesq])=-40
```

```
(1) _b[age]/(2*_b[agesq]) = -40
```

```

F(1, 1008) = 0.61
Prob > F = 0.4359

```

```
. gen x=-80*age+agesq
```

```
. reg wage x gender duration_weekh subordinates
```

Source	SS	df	MS		Number of obs =	1014
Model	6.7161e+09	4	1.6790e+09		F( 4, 1009) =	31.05
Residual	5.4559e+10	1009	54072740.8		Prob > F =	0.0000
					R-squared =	0.1096
					Adj R-squared =	0.1061
Total	6.1275e+10	1013	60489099.1		Root MSE =	7353.4

  

wage	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x	-3.961059	1.456666	-2.72	0.007	-6.819501	-1.102618
gender	-3124.049	474.9082	-6.58	0.000	-4055.97	-2192.129
duration_weekh	11.30611	20.93508	0.54	0.589	-29.77518	52.3874
subordinates	9.550631	1.216168	7.85	0.000	7.164122	11.93714
_cons	6605.916	2325.554	2.84	0.005	2042.44	11169.39

```
. est store reg2
```

```
. lrtest reg1 reg2
```

```
Likelihood-ratio test                                LR chi2(1) =      0.91
(Assumption: reg2 nested in reg1)                 Prob > chi2 =    0.3398
. reg wage age agesq gender duration_weekh subordinates
```

Source	SS	df	MS		Number of obs =	1014
Model	6.7651e+09	5	1.3530e+09		F( 5, 1008) =	25.02
Residual	5.4510e+10	1008	54077771.4		Prob > F =	0.0000
					R-squared =	0.1104
					Adj R-squared =	0.1060
Total	6.1275e+10	1013	60489099.1		Root MSE =	7353.8

  

wage	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
age	253.9315	133.9959	1.90	0.058	-9.011409	516.8743
agesq	-3.436652	1.557422	-2.21	0.028	-6.492812	-.3804918
gender	-3105.083	475.3481	-6.53	0.000	-4037.868	-2172.298
duration_weekh	9.796951	20.996	0.47	0.641	-31.40392	50.99783
subordinates	9.623287	1.218617	7.90	0.000	7.231969	12.0146
_cons	8279.367	2915.344	2.84	0.005	2558.529	14000.21

```
. est store reg3
```

```
. test (age = -80*agesq) (duration_weekh=0)
```

```
( 1) age + 80*agesq = 0
( 2) duration_weekh = 0
```

```
F( 2, 1008) =      0.60
Prob > F =      0.5496
```

```
. testnl (_b[age]/(2*_b[agesq])=-40) (_b[duration_weekh]=0)
```

```
(1) _b[age]/(2*_b[agesq]) = -40
(2) _b[duration_weekh] = 0
```

```
F(2, 1008) =      0.42
Prob > F =      0.6567
```

```
. reg wage x gender subordinates if duration_weekh !=.
```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	1014
Model	6.7003e+09	3	2.2334e+09	F( 3, 1010) =	41.33
Residual	5.4575e+10	1010	54034818.1	Prob > F =	0.0000
				R-squared =	0.1093
				Adj R-squared =	0.1067
Total	6.1275e+10	1013	60489099.1	Root MSE =	7350.8

wage	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
x	-4.079917	1.439439	-2.83	0.005	-6.90455	-1.255284
gender	-3178.134	464.0662	-6.85	0.000	-4088.778	-2267.489
subordinates	9.582901	1.214273	7.89	0.000	7.200114	11.96569
_cons	7022.075	2193.404	3.20	0.001	2717.926	11326.23

```
. est store reg4
```

```
. lrtest reg3 reg4
```

```
Likelihood-ratio test          LR chi2(2) =      1.20
(Assumption: reg4 nested in reg3)    Prob > chi2 =      0.5477
```