

ЛЕКЦИЯ

МОДЕЛИ ПАНЕЛЬНЫХ ДАННЫХ

Демидова О.А., demidova@hse.ru

Модели панельных данных

$$Y_{it} = \alpha_i + X'_{it}\beta + u_{it},$$

$i = 1, \dots, N$ – номер индивида

$t = 1, \dots, T$ – момент времени

Сквозная регрессия (pooled)

$$Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ (T \times 1) \\ Y_2 \\ (T \times 1) \\ \vdots \\ Y_N \\ (T \times 1) \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} X_1 \\ (T \times k) \\ X_2 \\ (T \times k) \\ \vdots \\ X_N \\ (T \times k) \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix}$$

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

Оценивается по всем наблюдениям

Модели с фиксированными эффектами

$$Y_{it} = \alpha_i + X'_{it}\beta + u_{it},$$

$$E(\alpha_i) = \text{const}, \text{var}(\alpha_i) = 0$$

Вводятся дамми переменные для всех индивидов.

Число степеней свободы NT – N – k.

Модель с фиксированными эффектами vs Сквозная регрессия

$$H_0 : \alpha_1 = \dots = \alpha_N,$$

$$H_1 : \exists \alpha_i \neq \alpha_j$$

$$F = \frac{(RSS_{pooled} - RSS_{FE}) / (N - 1)}{RSS_{FE} / (NT - N - k)}$$

Between regression

$$Y_{i\cdot} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Y_{it}$$

$$Y_{i\cdot} = \alpha_1 + X'_{i\cdot} \beta + \varepsilon_{i\cdot},$$

$$\hat{\beta}_B, \quad RSS_B$$

Оценивается с помощью МНК

Within regression

$$Y_{it} - Y_{i\cdot} = (X'_{it} - X'_{i\cdot})\beta + \varepsilon_{it} - \varepsilon_{i\cdot},$$

$$\hat{\beta}_W = \hat{\beta}_{FE}, \quad RSS_W$$

Модели со случайными эффектами-1

$$Y_{it} = X'_{it}\beta + \text{const} + \alpha_i + \varepsilon_{it},$$

$$E(\alpha_i) = 0, \text{var}(\alpha_i) = \sigma_\alpha^2$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \sigma_\varepsilon^2 & \dots & \sigma_\varepsilon^2 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \sigma_\varepsilon^2 & \sigma_\varepsilon^2 & \dots & \sigma_\varepsilon^2 \\ \sigma_\varepsilon^2 & \sigma_\varepsilon^2 & \dots & \sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2 \end{pmatrix}$$

Модели со случайными эффектами-2

$$Y_{it} = X'_{it} \beta + \text{const} + \alpha_i + \varepsilon_{it},$$

$$E(\alpha_i) = 0, \text{var}(\alpha_i) = \sigma_\alpha^2$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} \Sigma & & \\ & \ddots & \\ & & \Sigma \end{pmatrix}$$

$$\hat{\beta}_{RE} = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega Y$$

Эти оценки более эффективны по сравнению с моделью с фиксированными эффектами.

Но α_i и X могут коррелировать.

Модель со случайными эффектами vs Сквозная регрессия

$$H_0 : \sigma_{\alpha}^2 \equiv 0,$$

$$H_1 : \sigma_{\alpha}^2 \neq 0$$

Тест Бройша – Пагана

$$F = \frac{\hat{\sigma}_B^2}{\hat{\sigma}_W^2} \sim F(N - k, NT - N - k)$$

или LM

Модель со случайными эффектами vs Сквозная регрессия, LM

$$LM = \frac{NT}{2(T-1)} \left[\frac{T^2 \sum_{i=1}^N e_{i.}^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T e_{it}^2} - 1 \right]^2,$$

e_{it} — остатки сквозной регрессии

Модель с фиксированными эффектами vs Модель со случайными эффектами

$$H_0 : RE \Leftrightarrow \text{corr}(\alpha_i, X_{it}) = 0$$

$\Rightarrow RE$ и FE – состоятельные оценки ,
их разность мала

$$H_1 : FE \Leftrightarrow \text{corr}(\alpha_i, X_{it}) \neq 0$$

только FE – состоятельная оценка ,
разность RE и FE велика .

Модель с фиксированными эффектами vs Модель со случайными эффектами - 2

Тест Хаусмана

$$m = \hat{q}' \text{var}^{-1}(\hat{q}) \hat{q} \sim \chi_k^2,$$

$$\hat{q} = \hat{\beta}_{FE} - \hat{\beta}_{RE}$$