1. Для определения, сколько земли следует фермеру отвести под клубнику, если ее будущие цены неизвестны, используется следующая модель адаптивных ожиданий:

$$A_t = b_1 + b_2 P_{t+1}^e + u_t \quad (1)$$

$$P_{t+1}^e - P_t^e = \lambda(P_t - P_t^e),$$

Где A_t - количество акров, отведенное под клубнику в году t, P_{t+1}^e – ожидаемая цена клубники на следующий год, λ - коэффициент адаптации.

А) Объяснить, как исследователь перешел от модели (1) к модели

$$A_t = a_1 + a_2 P_t + a_3 A_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2)$$

Б) Предположим, остатки u_t удовлетворяют условию теоремы Гаусса – Маркова. Какие проблемы возникнут при оценивании коэффициентов модели (2) с помощью МНК? Как с ними справиться?

В) Используя для оценки данные за 1960 – 1999 г.г., исследователь получил следующее уравнение:

$$A_t = \underset{(2.3)}{-10.5} + \underset{(300.1)}{900.1} P_t + \underset{(0.1)}{0.51} A_{t-1}$$

Дать экономическую интерпретацию полученным коэффициентам регрессии.

Г) Сравнить влияние цены клубники на количество отводимых на нее акров в краткосрочном и долгосрочном периоде.

Д) Как Вы будете проверять для модели (2), существует ли проблема автокорреляции остатков?

Решение.

а) $P_{t+1}^e - (1-\lambda)P_t^e = \lambda P_t$, значит $A_t - (1-\lambda)A_{t-1} = \lambda b_1 + \lambda b_2 P_t + u_t - (1-\lambda)u_{t-1}$, и

$$A_t = \lambda b_1 + \lambda b_2 P_t + (1-\lambda)A_{t-1} + u_t - (1-\lambda)u_{t-1},$$

а это выражение соответствует модели (2) с $a_1 = \lambda b_1$, $a_2 = \lambda b_2$ и $a_3 = 1-\lambda$.

б) $\varepsilon_t = u_t - (1-\lambda)u_{t-1}$, это процесс MA(1), из-за этого, лаговое значение объясняемой переменной A коррелирует с ε, следовательно, нельзя использовать МНК, надо пользоваться методом инструментальных переменных.

в) Экономическую интерпретацию уместнее давать не самим оцененным коэффициентам регрессии, а параметрам структурной модели (1), которые выражаются через коэффициенты модели (2): $\hat{\lambda} = 1 - \hat{a}_3$, $\hat{b}_1 = \hat{a}_1 / (1 - \hat{a}_3)$, $\hat{b}_2 = \hat{a}_2 / (1 - \hat{a}_3)$.

Параметр приспособления $\hat{\lambda}$ = 0.49, это означает, что, согласно равенству $P_{t+1}^e = \lambda P_t + (1-\lambda)P_t^e$, ожидаемая цена на клубнику формируется как среднее арифметическое реальной цены прошлого периода и ожидаемой цены прошлого периода.

Параметр $\hat{b}_2 = \dfrac{900.1}{1-0.51}$ = 1836.9. Его экономический смысл – постоянный предельный эффект. Он означает следующее: предельное изменение количества земли, отводимой под клубнику, при изменении ожидаемой цены на $1 равно 1836.9 акрам.

г) $SR_W = \hat{a}_2 = 900.1$, $\qquad LR_W = \hat{b}_2 = \dfrac{900.1}{1-0.51} = 1836.9.$

Долгосрочный эффект вдвое сильнее краткосрочного.

г) DW не годится из-за присутствия в модели A_{t-1}, надо использовать h= $(1-0.5DW)\sqrt{\frac{n}{1-n\widehat{V}(\widehat{\gamma})}}$, где в нашем случае под $\widehat{V}(\widehat{\gamma})$ понимается оценка дисперсии коэффициента $\widehat{a}_3$, которая составляет 0.01. Статистикой можно пользоваться в данном случае при объеме выборки не более 100 (иначе под корнем возникает отрицательное число). Если автокорреляции нет, то статистика подчиняется стандартному нормальному распределению.

2. Исследователь, используя данные по 868 индивидуумам, оценил вероятность получения степени бакалавра после четырехлетнего обучения в колледже в зависимости от обобщенных результатов тестов ASVABC. Введя переменную BACH, равную 1, если индивидуум получил степень бакалавра и 0 в противном случае, исследователь оценил линейную модель с помощью МНК:

$$BACH = -\underset{(0.042)}{0.864} + \underset{(0.001)}{0.023}\,ASVABC \quad (1)$$

и логит – модель:

$$P\{BACH_i = 1\} = \frac{1}{1+\exp\{-Z_i\}},\ Z_i = -\underset{(0.487)}{11.103} + \underset{(0.009)}{0.189}\,ASVABC, \quad (2)$$

а) Дайте экономическую интерпретацию коэффициентам модели 1. Каковы недостатки этой модели?

б) Оцените предельный эффект объясняющего фактора для среднего значения ASVABC, равного 50.2.

Решение.

А) При улучшении обобщенных результата тестов на 1 балл, вероятность получения степени бакалавра увеличится на 0.023.

Недостатки линейной вероятностной модели:

1) Оцененные значения зависимой переменной могут лежать вне интервала [0,1],
2) Ошибки регрессии принимают всего 2 значения и предположение о нормальности их распределения, конечно же, не выполняется.
3) Имеет место проблема гетероскедастичности ошибок регрессии.

Б) Предельный эффект объясняющего фактора для среднего значения ASVABC рассчитывается по следующей формуле:

$$\frac{\partial p(Z(\overline{ASVABC}))}{\partial ASVABC} = \hat{\beta}_{ASV} f(Z(\overline{ASVABC})),$$

$$\overline{Z} = -11.103 + 0.189 * 50.2 = -1.6152,$$

$$e^{-\overline{Z}} = 5.0289$$

$$f(\overline{Z}) = \frac{e^{-\overline{Z}}}{(1+e^{-\overline{Z}})^2} = 0.138,$$

$$\frac{\partial p(Z(50.2))}{\partial ASVABC} = 0.189 * 0.138 = 0.026.$$