

**Эконометрика, 2019-2020, 1 модуль**  
**Семинар 1**  
**02.09.19 для**  
**Группы Э\_Б2017\_Э\_3**  
**Семинарист О.А.Демидова**

1) Для случайной величины  $X$ , распределение которой задано с помощью таблицы

|     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| $X$ | 2   | 3   | 4   | 5   |
| $p$ | 0.1 | 0.4 | 0.3 | 0.2 |

найти математическое ожидание, дисперсию и функцию распределения.

2)  $E(X) = 2$ ,  $E(Y) = 3$ ,  $\text{var}(X) = 5$ ,  $\text{var}(Y) = 4$ ,  $\text{cov}(X, Y) = -3$

Найти

A)  $E(3X + 1)$

b)  $\text{var}(3X + 1)$

c)  $\text{var}(3X + 2Y)$

d)  $\text{cov}(5X + 2, 3Y - 1)$

3) Пусть функция плотности случайной величины  $X$  имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & \text{при } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{при остальных } x \end{cases}$$

a) Убедиться, что  $f(x)$  является функцией плотности.

б) Построить функцию распределения случайной величины  $X$ .

в) Найти  $E(X)$ ,  $\text{var}(X)$ .

4) Функция распределения случайной величины  $X$  имеет вид:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{для } x \leq 1 \\ 0.25(x-1)^2 & \text{для } 1 \leq x \leq 3 \\ 1 & \text{для } x \geq 3 \end{cases}$$

a) Найти функцию плотности этой случайной величины.

б) Найти вероятность  $P(2 < X < 4)$ .

5) Совместное распределение случайных величин  $X$  и  $Y$  задано с помощью таблицы

|          |   | <b>X</b> |      |      |
|----------|---|----------|------|------|
|          |   | 3        | 4    | 5    |
| <b>Y</b> | 2 | 0.2      | 0.2  | 0.1  |
|          | 4 | 0.12     | 0.12 | 0.05 |
|          | 6 | 0.08     | 0.08 | 0.05 |

a) Найти маргинальное распределение случайных величин  $X$  и  $Y$ , математическое ожидание и дисперсию каждой из величин.

- б) Найти распределение случайной величины  $Y$  при условии, что  $X = 4$ .  
 в) Найти математическое ожидание случайной величины  $Y$  при условии, что  $X = 4$ .  
 г) Найти ковариацию случайных величин  $X$  и  $Y$ .  
 д) Являются ли случайные величины  $X$  и  $Y$  независимыми?

6) Пусть случайная величина  $X \sim N(0,1)$ . Найти

- а)  $P(X < 2)$ ,  
 б)  $P(X > 2)$ ,  
 в)  $P(0 < X < 2)$ ,  
 г)  $P(|X| < 2)$ ,  
 д)  $P(-1 < X < 2)$

7) Пусть случайная величина  $X \sim N(2,9)$ . Найти  $P(-2 < X < 3)$ .

8) Пусть случайная величина  $X \sim t(20)$ . Найти числа  $x_1$  и  $x_2$  такие, что

- а)  $P(-x_1 < X < x_1) = 0.9$   
 б)  $P(X < x_2) = 0.99$

9) Пусть случайная величина  $X \sim \chi^2(5)$ . Найти числа  $x_1$  и  $x_2$  такие, что

- а)  $P(X > x_1) = 0.01$   
 б)  $P(X < x_2) = 0.95$ .

10) Пусть случайная величина  $X \sim F(2,20)$ . Найти числа  $x_1$  и  $x_2$  такие, что

- а)  $P(X > x_2) = 0.01$ .  
 б)  $P(X < x_1) = 0.95$

11) Доходность ценных бумаг на New York Фондовой бирже имеет нормальное распределение. В таблице приведены данные о доходности 10 видов ценных бумаг:

| №     | 1   | 2   | 3  | 4   | 5   | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | $\Sigma$ |
|-------|-----|-----|----|-----|-----|----|----|----|----|----|----------|
| X     | 10  | 16  | 5  | 10  | 12  | 8  | 4  | 6  | 5  | 4  | 80       |
| $X^2$ | 100 | 256 | 25 | 100 | 144 | 64 | 16 | 36 | 25 | 16 | 782      |

- а) Найти точечные оценки для математического ожидания и дисперсии доходности.  
 б) Найти 90% доверительный интервал для математического ожидания доходности.

12) Пусть  $X_1, \dots, X_n$  - выборка из нормально распределенной генеральной совокупности, т.е.  $X_i \sim N(\mu, \sigma^2), i = 1, \dots, n$ .

Построены следующие оценки для математического ожидания  $\mu$ :

$$\hat{\mu}_1 = \bar{X}, \quad \hat{\mu}_2 = X_1, \quad \hat{\mu}_3 = \frac{X_1}{2} + \frac{1}{2(n-1)}(X_2 + \dots + X_n).$$

- а) Какая из этих оценок является несмещенной?  
 б) Какая из этих оценок является наиболее эффективной?  
 в) Какая из этих оценок является состоятельной?