МИКРОЭКОНОМИКА

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

с ответами/подсказками/решениями

Оглавление

Выбор потребителя: задачи

1. Потребитель тратит одну треть своего бюджета на второй товар, а оставшуюся сумму – на первый товар. Если второй товар подорожает на 50%, а доход потребителя вырастет на треть, как это отразится на его благосостоянии?

2. Потребитель получает доход, равный \$120, а цены товаров равны: P_X=\$3, P_Y=\$1. В силу дефицит товаров правительство ввело следующую схему рационирования. Потребитель получает 90 купонов и для приобретения единицы какого-либо блага необходимо не только оплатить его денежную стоимость, но и отдать соответствующее количество купонов. Правительство установило, что за каждую единицу товара x необходимо отдать один купон, а за единицу товара y - два купона. Считайте, что купоны являются бесконечно делимыми, но торговля купонами отсутствует.

(а) Изобразите бюджетное множество потребителя.

(б) Изобразите ситуацию, при которой падение дохода потребителя влечет сокращение потребления товара X и рост потребления товара Y. Означает ли это, что товар X является нормальным, а товар Y – инфериорным благом?

(в) Предпочтения потребителя представимы функцией полезности вида $\sqrt{x_1}+\sqrt{x_2}$. Найдите оптимальный потребительский набор.

(г) Предположим, что образовался рынок купонов, причем один купон стоит \$1. Изобразите новое бюджетное ограничение и найдите оптимальный потребительский набор. Будет ли рассматриваемый потребитель покупать или продавать купоны, и в каком количестве?

(д) При какой цене купонов данный агент не будет ни покупать, ни продавать купоны. Будет ли он покупателем или продавцом купонов при более высокой цене? При более низкой цене?

3. Боб расходует свой ежемесячный доход M на оплату услуг водоснабжения и на агрегированное потребительское благо. Тариф на водоснабжение составляет p за 1 м^3, а цена агрегированного блага равна 1. Предпочтения Боба представимы дифференцируемой функцией полезности. Местная водоснабжающая компания терпит убытки и рассматривает два варианта решения проблемы. Первый вариант предусматривает повышение тарифа на 10%. В этом случае благосостояние Боба понизится с u^0 до u^1. Альтернативный вариант предусматривает сохранение текущего тарифа за каждый м^3 при введении дополнительной ежемесячной фиксированной платы. Считайте, что размер этой дополнительно фиксированной платы выбран таким образом, что в результате Боб несет такие же потери в благосостоянии, как и в случае повышения тарифа.

Какой вариант позволит получить большую выручку водоснабжающей компании? Какой вариант приведет к большему водосбережению? Приведите графическое и аналитическое решение.

4. Объясните, почему в ответ на повышение ставки заработной платы индивид может отреагировать сокращением предложения труда, в то время как при введении платы за сверхурочные тот же индивид готов работать больше.

5. Верно ли следующее утверждение: «Если кривая предложения труда индивида имеет участок с обратным наклоном, то на этом участке свободное время является товаром Гиффена»? Объясните свой ответ.

Выбор потребителя: ответы и подсказки

1. Не хуже, так как первоначальный набор в точности доступен. Лучше при гладких кривых безразличия.

2. (а) Подсказка: изобразите на одном графике ограничение по купонам и ограничение по деньгам и посмотрите на пересечение двух множеств.
(б) Неверно. Контрпример с нормальным благом

(в) Подсказка: выведите единое бюджетное ограничение, подсчитав «полную» цену каждого товара

(г) При p=2, будет продавать купоны рои p>2 и покупать при p<2**)**

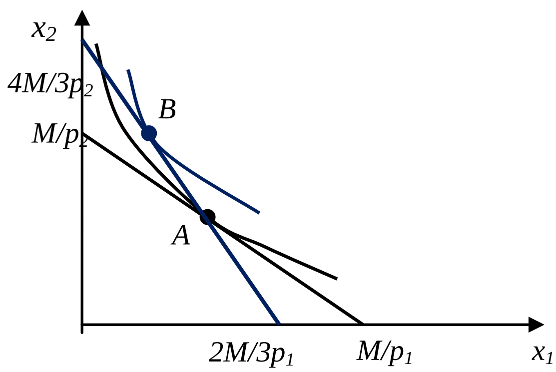
3. Водосбережение больше при первом варианте, но второй вариант принесет больший доход водоснабжающей компании.
Подсказка: проанализируйте SE
Подсказка для графического решения:
$TR_1 = p^1 x\left(p^1, M\right) = M - y\left(p^1, M\right)$ и $TR_2 = F + p^0 x\left(p^0, M - F\right) = M - y\left(p^0, M - F\right)$.

4. Проанализируйте SE/IE

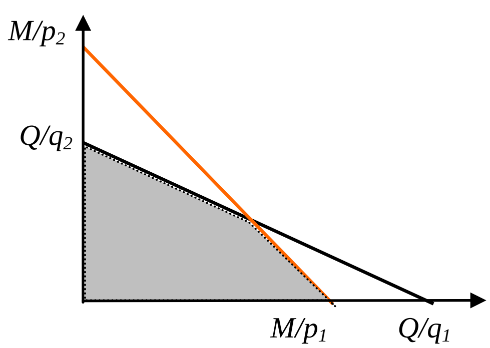
5. Неверно.

Выбор потребителя: решения

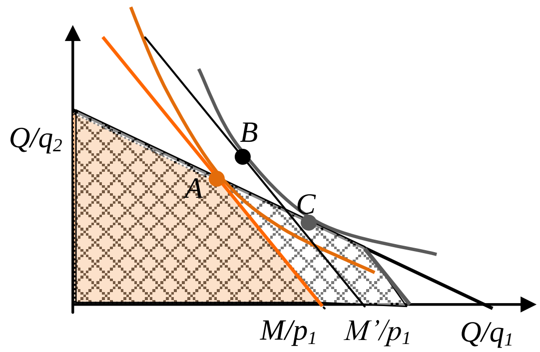
1. Not worse off. Initial bundle is just affordable (proof)
Initial bundle: $x_1 = M/3p_1$ and $x_2 = 2M/3p_2$.
Initial bundle is just affordable under new prices and income
$M/3 + 1{,}5 * 2M/3 = 4M/3 = M^{new}$
It means that consumer is not worse off (as he can choose initial bundle).
But as relative price of good 1 is different he can substitute away from good 1 that is relatively more expensive. Thus in case of smooth IC he is better off.
Example (graphical or analytical).



2. (a) Graph with comments.
Now in addition to money constraint $p_1x_1 + p_2x_2 \le M$ we have coupons constraint $q_1x_1 + q_2x_2 \le Q$ and these constraints should be satisfied simultaneously.



(b) False. Counterexample with normal good (graphical or analytical)



Comments: good 1 is normal as its consumption increases [movement from A to B] when income goes up and there are no additional constraints (like coupons).

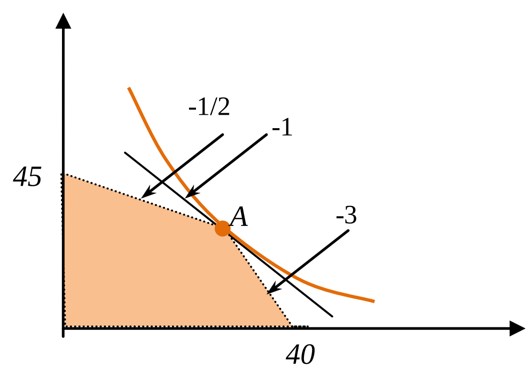
(c) Let's find the kink of BC: $\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 120 \\ x_1 + 2x_2 = 90 \end{cases}$, then $x_1 = 30, x_2 = 30$.

$$MRS_{12}(30{,}30) = \sqrt{\frac{x_2}{x_1}} = 1$$

Absolute value of the slope of money constraint line is 3, while for coupons constraint the absolute value of the slope is 1/2. Thus the slope of IC at the kink is in between these two slopes, which means that utility is maximized at this point.

Optimal consumption bundle (A): $x_1 = 30, x_2 = 30$

Graph



(d) Denote the quantity of traded coupons by z ($z > 0 \Rightarrow$ coupons are purchased, $z < 0 \Rightarrow$ coupons are sold)

New coupons constraint: $x_1 + 2x_2 \leq 90 + z$

New money constraint: $3x_1 + x_2 \leq M - z$

At the optimal point both constraints will be binding. If coupons constraint is not binding while money is binding, then consumer can reduce z a bit (so that this constraint doesn't bind) his income $M-z$ will increase and he can use it to increase consumption of any of the good. Thus he will be better off. It proves that initial bundle does not maximize utility.

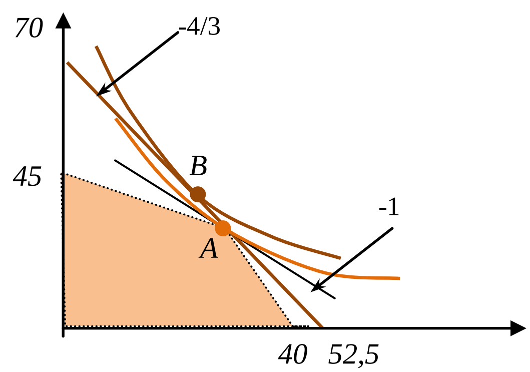
Use the same approach to justify that money constraint is binding.

From coupons constraint we get $z = x_1 + 2x_2 - 90$ and plug it into the money constraint that results in the following budget line: $4x_1 + 3x_2 = 210$. As coupons can be traded, the full price of good 1 is 3+1=4, the full price of good 2 is 1+2=3 and the total income is 90+120=210.

$MRS_{12} = \sqrt{\dfrac{x_2}{x_1}} = \dfrac{4}{3}$, $3x_2 = \dfrac{16x_1}{3}$, $4x_1 + \dfrac{16}{3}x_1 = 210$, Optimal consumption bundle (B) $x_1 = \dfrac{210\times 3}{28} = 22{,}5$ and $x_2 = \dfrac{16x_1}{9} = 40$.

To the left from A coupons constraint is binding, thus he will purchase coupons.

He needs 22,5+2*40=102,5 coupons. Thus he will buy 102.5-90=12.5 coupons.



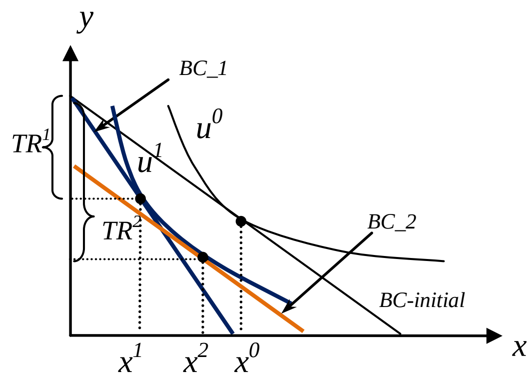
Graph

(e) If he doesn't trade then he stays at the point, where both constraints are binding (point A). This point is optimal iff IC is tangent to the budget line.

The slope of the budget line is given by the price ratio that reflects the full price of every good:
$MRS_{12}(30{,}30) = 1 = \dfrac{3+p}{1+2p}$, $3+p = 1+2p$, $p=2$. Thus at $p=2$ he will stay with his endowment of coupons.

If $p>2$ then $MRS_{12}(30{,}30) = 1 > \dfrac{3+p}{1+2p}$, i.e. agent is willing to increase consumption of good 1. As we know from (c) at any point to the right from the kink money constraint is binding while coupons constraint is not. Thus agent will sell coupons at any p>2. At p<2 he will buy coupons.

3. Graph.
Let x stays for water consumption and y-for AOG. Revenue of water company is given by the sum of revenue from sales (price multiplied by quantity) and fixed charge. As his income is the same, then water expenditures equals M-y. Graphically we compare $TR_1 = p^1 x(p^1, M) = M - y(p^1, M)$ and $TR_2 = F + p^0 x(p^0, M - F) = M - y(p^0, M - F)$. Thus from graph we get $TR_1 < TR_2$ and $x^0 - x^1 > x^0 - x^2$. Thus the second scheme brings more revenue but the first scheme provides greater water conservation.



Proof. As bundles (x^1, y^1) and (x^2, y^2) provide the same utility, then the change in quantity demanded is due to Hicksian SE only. We know that own SE is non-positive. As relative price goes up when we proceed from x^2 to $x^1$and ICs are smooth (due to differentiability of utility function) then $\Delta x^{SE} = x^1 - x^2 < 0$. Thus $x^1 < x^2$, which means that water conservation is higher under the first scheme.
Due to non-satiation with lower consumption of x we can have the same utility only with greater consumption of y: $u(x^1, y^1) = u(x^2, y^2)$ and $x^1 < x^2$ implies $y^1 > y^2$. Thus $TR_1 = M - y^1 < M - y^2 = TR_2$.

Неопределенность: задачи

1. Денис имеет функцию полезности $u(w)=\sqrt{w}$, где w - богатство. Первоначальное богатство Дениса, равное \$36 размещено на депозите в банке ABC. С вероятностью 0.5 этот банк может стать банкротом и в этом случае агент получит лишь \$4 согласно системе государственного гарантирования вкладов. Нейтральный к риску агент N предлагает купить этот проблемный депозит до разрешения неопределенности за сумму, равную \$X.

(а) Найдите все взаимовыгодные для Дениса и фирмы N значения X алгебраически, а также приведите графическое решение в пространстве контингентных благ.
(б) Пусть X=20. Коррумпированный менеджер из банка ABC обладает информацией о настоящем положении дел в банке и предлагает продать эту информацию вкладчику. Данная информация позволяет достоверно узнать, является ли банк банкротом. Какую максимальную цену готов заплатить рассматриваемый вкладчик за эту информацию? Приведите алгебраическое решение и графическое решение в пространстве контингентных благ
(в) Зара столкнулась с такой же проблемой, как и Денис. Считая, что Зара нейтральна к риску, решите для нее пункт (б). и сравните ее готовность заплатить за информацию с той, что получена в пункте (б).
(г) Сравните результаты пунктов (в) и (б). Изменится ли результат этого сравнения для вкладчика с функцией полезности, отличной от $u(w)=\sqrt{w}$, но с тем же типом отношения к риску?

2. В §5.4 учебника Пиндайка и Рубинфельда на рис. 5.5 представлены предпочтения агента-рискофоба в осях стандартное отклонение – ожидаемая доходность. В этом упражнении вас просят проанализировать неявные предпосылки, стоящие за этим графиком.
(а) Рассмотрите индивида с квадратичной элементарной функцией полезности $u(x)=x-bx^2$, где $b>0$. Покажите, что соответствующая функция ожидаемой полезности для любой функции распределения будет зависеть лишь от среднего и вариации. Изобразите соответствующие кривые безразличия в осях стандартное отклонение-ожидаемая доходность.
[Замечание: для выполнения аксиомы ненасыщаемости будем считать, что доходность не может принимать значения, превышающие $1/(2b)$.]
(б) Индивид, рассмотренный в пункте (а) может формировать портфель из облигаций и акций. Считайте, что облигации приносят нулевую чистую доходность, но являются безрисковым инструментом. Ожидаемая доходность по акциям R_s положительна, а стандартное отклонение равно $\sigma_s>0$. Пусть первоначальное богатство индивида равно 1.

- **(i)** Выведите бюджетное ограничение в терминах доходности и стандартного отклонения портфеля. Проиллюстрируйте графически.
- **(ii)** Решите задачу максимизации ожидаемой полезности и найдите спрос на каждый актив, рассмотрев только внутреннее решение. Проиллюстрируйте графически.

(в) Пусть агент из пункта (б) инвестирует а оба актива. Как изменится его оптимальный портфель, если:

(i) возрастет коэффициент b?
(ii) вложения в акции станут более рисковыми?

3. Фермер владеет 40 акрами земли и может распределять эту землю между зерном и картофелем в любой пропорции. Прибыль на один акр земли зависит от выращиваемой культуры и от погоды (см. таблицу).

	Солнечная погода	Дождливая погода
Зерно	7	1
Картофель	3	3

Солнечная и дождливая погода – равновероятны. Функция полезности фермера имеет вид $u(x) = 4\sqrt{x}$, где x - богатство.

(а) Найдите оптимальное распределение земли между зерном и картофелем. Проиллюстрируйте графически и объясните результат.

(б) Фермеру предложили сдать его землю в аренду на один сезон за сумму X. Найдите наименьшее значение X, на которое согласится фермер. Обозначьте эту величину через $X_{\min}$ и проиллюстрируйте графически. Сравните $X_{\min}$ с величиной ожидаемой прибыли фермера и объясните полученный результат.

(в) Пусть фермер может приобрести страховку от неурожая в случае плохой погоды. Величина страховой премии составляет $0.5 за $1 страхового покрытия. Найдите оптимальное распределение земли и спрос фермера на страховку. Проиллюстрируйте графически и объясните полученный результат.

Неопределенность: ответы и подсказки

1. (а) X от 16 до 20;

(б) Max_sum=7.2;

(в) Max_sum=8;

(г) Максимальная сумма изменится, но останется меньше 8

2. (а) $Eu(x) = Ex - b\left(\sigma^2 + (Ex)^2\right)$;

(б) (i) бюджетная линия: $\sigma_p = \frac{\sigma_S}{R_s} E_p$, где $0 \le E_p \le R_s$, E_p - ожидаемая доходность портфеля, σ_p - стандартное отклонение портфеля;

(ii) $E_p = 0.5 \frac{(R_s)^2 / b}{(R_s)^2 + \sigma_s^2}$, оптимальные инвестиции в рисковый актив $\alpha = 0.5 \frac{R_s / b}{(R_s)^2 + \sigma_s^2}$;

(в) инвестиции в рисковый актив сократятся в обоих случая (i) и (ii)

3. (а) 30 единиц под пшеницу и 10 под картофель;

(б) $X_{\min} = 135 < \text{Exp\_profit} = 150$;

(в) все поля засеять пшеницей и купить полную страховку

Неопределенность: решения

1. (a) Dan doesn't reject iff his EU does not go down as a result of this sale: $\sqrt{x} \geq 0.5\sqrt{4} + 0.5\sqrt{36} = 4$, $x \geq 16$

Firm accepts iff its expected utility (equal to the expected profit due to risk neutrality) is not reduced as a result of this transaction: $0.5 \times 4 + 0.5 \times 36 - x = 20 - x \geq 0$

Mutually beneficial $20 \geq x \geq 16$

Graph should be provided

(b) With information Dan sells his deposit in case of bankruptcy and gets $20 - Q$ (Q - price of information) and keeps deposit otherwise (in this case his wealth is $36 - Q$). The resulting expected utility is $EU^{\inf} = 0.5\sqrt{20 - Q} + 0.5\sqrt{36 - Q}$. Without information he is better of by selling this deposit as price exceeds 16 and his utility is $\sqrt{x} = \sqrt{20}$. Thus he will purchase information iff $EU^{\inf} = 0.5\sqrt{20 - Q} + 0.5\sqrt{36 - Q} \geq \sqrt{20}$. The maximum price makes Dan indifferent:

$$\sqrt{36 - Q} = 2\sqrt{20} - \sqrt{20 - Q}\,.$$

Then $36 - Q = 4 \times 20 + 20 - Q - 4\sqrt{(20 - Q)20}$, which can be rewritten as $4\sqrt{(20 - Q)20} = 100 - 36 = 64$. Thus $\sqrt{(20 - Q)5} = 8$, which implies $(20 - Q)5 = 64$. Solving equation we get $Q = 20 - \dfrac{64}{5} = 7.2$

Graph should be provided

(c) Zara has the same utility function as bank N, so without information she is indifferent b/w selling deposit at X=20 or keeping it. $EU_B^{\inf} = 0.5(20 - Q) + 0.5(36 - Q) = 28 - Q = 20$, which gives $Q = 8$

Graph should be provided

(d) $Q_{Zara} = 8 > 7.2 = Q_{Dan}$

General case:

$0.5u(4) + 0.5u(36) < u(0.5 \times 4 + 0.5 \times 36) = u(20)$. Thus without information offer of the corrupted manager is still accepted as it gives the same EV: (36+4)/2=20 but with certainty

Maximum price of information should make this agent indifferent:

$$u(20) = EU^{\inf}(Q) = 0.5u(20 - Q) + 0.5u(36 - Q)$$

Due to risk-aversion $0.5u(20 - Q) + 0.5u(36 - Q) < u\left(\dfrac{20 - Q}{2} + \dfrac{36 - Q}{2}\right) = u(28 - Q)$

It implies that $u(20)=EU^{\inf}(Q)=0.5u(20-Q)+0.5u(36-Q)<u(28-Q)$

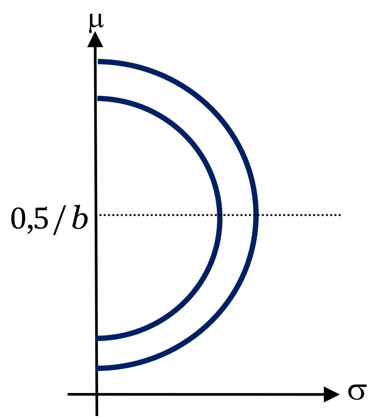
As $u(w)$ is increasing then $20<28-Q$, $Q_{Dan}<8=Q_{Zara}$

4. (a) Calculate EU: $Eu(x)=Ex-bEx^2=Ex-b\left(\sigma^2+(Ex)^2\right)$

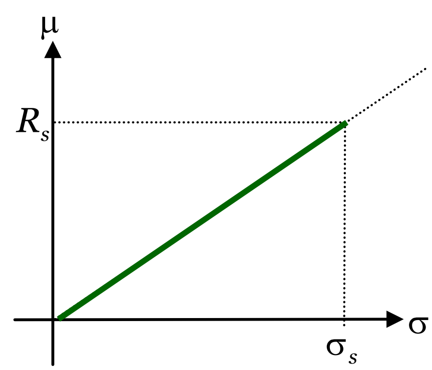
Define IC $Ex-b\left(\sigma^2+(Ex)^2\right)=\bar{u}$ and re-arrange:

$\sigma^2+(Ex)^2-Ex/b+\bar{u}/b=\sigma^2+(Ex-0.5/b)^2+\bar{u}/b-0{,}25/b^2=0$

Thus ICs represent circles $\sigma^2+(Ex-0.5/b)^2=0{,}25/b^2-\bar{u}/b$ with center at $(0,0.5/b)$ and radius $\sqrt{0{,}25/b^2-\bar{u}/b}$. Due to the assumption we operate only at upward sloping parts of ICs. Graph.



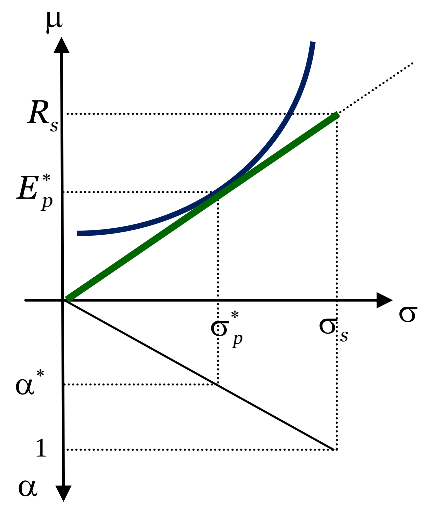
(b) (i) Budget line. Suppose he invests α in risky asset, then expected return of portfolio is $E_p=\alpha R_s$ and variance of portfolio is $\sigma_p^2=\alpha^2\sigma_s^2$, which implies $\sigma_p=\alpha\sigma_s$. From the first equation $\alpha=\dfrac{E_p}{R_s}$ and plugging in the second we get BL $\sigma_p=\dfrac{\sigma_s}{R_s}E_p$. As $0\le\alpha\le 1$, we get additional restrictions: $0\le E_p\le R_s$.



(ii) utility maximization problem

$$\max_{0\le E_p\le R_s} E_p-b\left(\sigma_p^2+E_p^2\right)\quad s.t.\quad \sigma_p=\frac{\sigma_s}{R_s}E_p$$

Plugging into objective function, we get $\max\limits_{0\le E_p \le R_s} E_p - b\left(\frac{\sigma_s}{R_s}E_p\right)^2 - bE_p^2$.



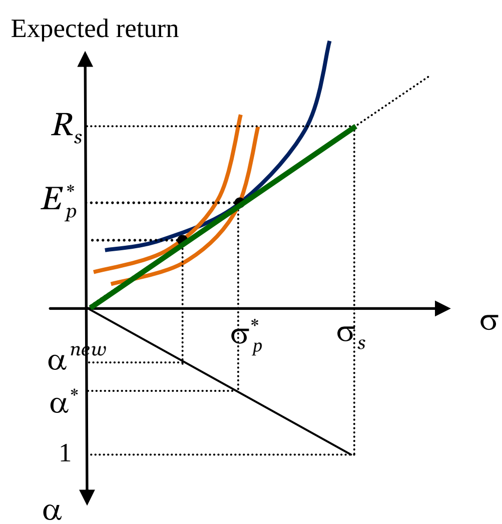
Function is strictly concave, so FOC is both necessary and sufficient

$$1-2b\left(\frac{\sigma_s}{R_s}\right)^2 E_p - 2bE_p = 0,\ 1 = 2bE_p\left(1+\left(\frac{\sigma_s}{R_s}\right)^2\right),$$

$$E_p = 0.5\frac{(R_s)^2/b}{(R_s)^2+\sigma_s^2},\ \alpha = \frac{E_p}{R_s} = 0.5\frac{R_s/b}{(R_s)^2+\sigma_s^2}.$$

Graph with IC tangent to BL [the lower part of the graph is not required but comments concerning α should be provided if this part is absent].

(c) **(i)** $\alpha = 0.5\frac{R_s/b}{(R_s)^2+\sigma_s^2}$ is decreasing in b. It means that with higher b we get higher coefficient for variance in utility function, which indicates higher risk aversion that results in the reduction in investment in risky asset.



Graphically ICs become steeper as

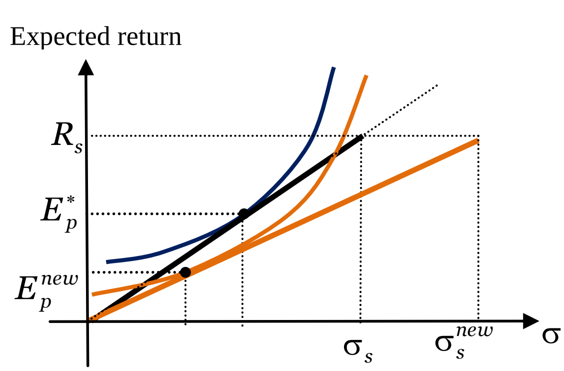
$$\frac{dEx}{d\sigma} = \frac{\sigma}{0.5/b - Ex} \text{ is increasing in } b,$$

$$\alpha = 0.5\frac{R_s/b}{(R_s)^2+\sigma_s^2} \text{ is decreasing in } \sigma_s^2,$$

which is also reasonable as risk averse agent is willing to reduce his investment in risky asset when its riskiness went up while expected gain stays the same.

(ii) Budget line becomes steeper and IC is tangent to the new budget line somewhere to the left.

As a result new optimal portfolio has lower expected return. As expected returns of the two assets stay the same, this implies that agent invests less in risky asset.



2. (a) Optimal allocation of land is derived from EU maximization:

$$\max_{0\le y\le 40}\left(2\sqrt{7y+3(40-y)}+2\sqrt{1y+3(40-y)}\right),$$

Function is strictly concave, so FOC is both necessary and sufficient

$$\frac{4}{\sqrt{120+4y}}-\frac{2}{\sqrt{120-2y}}=0,$$

$$2\sqrt{60-y}=\sqrt{60+2y}\ ;$$

$$4(60-y)=60+2y;\ y=60\times 3/6=30$$

Graph should be provided

Intuition: potato serves as risk-free asset while wheat is risky. Exp.profit from wheat exceeds the profit from potatoes (7+1)/2=4>3. Agent is risk averse (u-concave) and is willing to accept some risk as game is favourable.

(b) $X_{\min}$ makes this farmer indifferent between renting out and continuing his business.

Expected utility from business: $EU^{optimal}=2\left(\sqrt{210+30}+\sqrt{30+3\times 10}\right)=6\sqrt{60}=12\sqrt{15}$, $4\sqrt{X_{\min}}=12\sqrt{15}$, $X_{\min}=9\times 15=135$.

Graph should be provided

$$E\pi=4\times 30+3\times 10=150>X_{\min}.$$

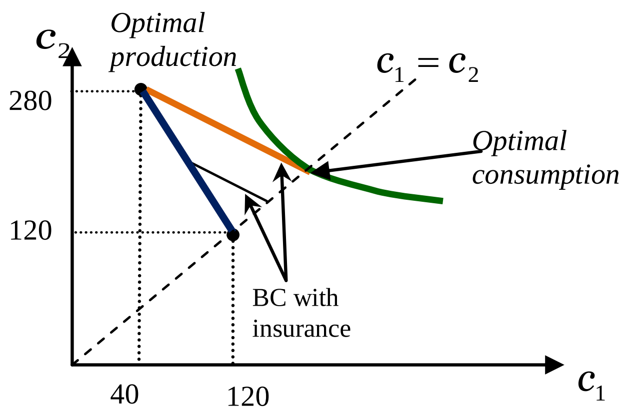
Explanation. As agent is risk averse he prefers expected value of the risky prospect (150) to the risky prospect, i.e $u(EV=150)>EU=12\sqrt{15}=u(X_{\min})$. Thus $X_{\min}<EV=150$.

(c) Derivation of optimal allocation with insurance

Suppose that y units of land are allocated to wheat and $(40-y)$- to potatoes. Then we have $(120+4y)$ in case of shiny and $(120-2y)$ in case of rainy summer. This point is risky if $y>0$.

Note that insurance is offered at actuarially fair terms (price equals the probability of loss), then risk averse agent will purchase full insurance. Thus if $y>0$, then he purchases $z=6y$ units of insurance. Finally consumption with insurance is $120+4y-0.5\times 6y=120+1y$ in each state of the world, which exceeds consumption under $y=0$. Thus it is profitable to have $y>0$. Now EU maximization problem is $\max_{0\le y\le 40}\sqrt{120+y}=\sqrt{120+40}$, i.e. $y=40$. It could be also derived algebraically without using the claim about full insurance but then intuitive explanation for the full insurance should be proved afterwards.

Graph.


c_2
Optimal
production
$c_1 = c_2$
280
Optimal
consumption
120
BC with
insurance
40
120
c_1

Теория фирмы и совершенная конкуренция: задачи

1. Производственная функция фирмы имеет вид $Q = 4\sqrt{L} + \sqrt{K}$. Ставка заработной платы составляет $8 за час, а цена единицы капитала равна $2.

(а) Выведите краткосрочные AC и AVC. Объясните полученный вид кривых AVC и AC.

(б) Выведите долгосрочные издержки и найдите соответствующие средние издержки. Имеет ли место экономия на издержках? Объясните полученный результат.

(в) Проиллюстрируйте на графике LRAC и несколько кривых SRAC.

2. В отрасли с постоянными издержками действует большое количество фирм, функция издержек каждой из которых имеет вид: $C(q) = \begin{cases} 9q^2 + 16, & q > 0 \\ 0, & q = 0 \end{cases}$.

(а) Найдите долгосрочную кривую предложения типичной фирмы.

(б) Найдите цену, соответствующую долгосрочному равновесию, и количество фирм, если рыночный спрос имеет вид $Q^d(p) = 150 - 4p$.

3*[1]. Рассмотрите совершенно конкурентную отрасль, производящую товар X. Все фирмы в отрасли используют одинаковые технологии с функцией издержек $c(q)$, где $c'(0) = 0$, $c'(q) > 0$, $c''(q) > 0$ для $q > 0$. Некоторая доля произведенной продукции α выпускается с браком и не подлежит продаже. Более того, эта продукция должна быть утилизировано, что сопряжено с дополнительными издержками, описываемыми функцией $l(z)$, где z 0-объем утилизируемой продукции, $l'(0) = 0$, $l'(z) > 0$ и $l''(z) > 0$ для $z > 0$. При нулевом выпуск как издержки производства, так и издержки утилизации равны нулю..

(а) Рассмотрите улучшение в управлении, которое влечет снижение доли брака при неизменных функциях издержек. Как это отразится на кривой предложения фирмы? (Изменение α не обязательно мало).

(б) Пусть в отрасли функционируют N фирм. Обозначьте через $p(\alpha)$ равновесную цену в краткосрочном периоде и найдите, как эта цена изменится в результате снижения α. Объясните результат.

4. Рассмотрите совершенно конкурентную отрасль с постоянными издержками. Предположим, что потоварная субсидия производителям заменяется на паушальную субсидию, которая выплачивается каждой функционирующей фирме. Размер паушальной субсидии вбирается таким образом, чтобы равновесная цена в долгосрочном периоде осталась такой же, как и при потоварной субсидии. Сравните расходы правительства на эти две субсидии: (i) графически для случая U-образной кривой AC и (ii) алгебраически для кривой AC произвольного вида.

[1] Difficult problems are indicated by *

5. Рассмотрите рынок арендного жилья с линейными кривыми спроса и предложения. Домовладельцы обязаны уплачивать налог с получаемой арендной платы по ставке α $(0 < \alpha < 1)$. Доходы от этого налога поступают в местный бюджет.

(a) Местные власти решили ввести регулирование арендной платы, установив максимальный уровень арендной платы в размере $p^{control}$, причем $p^{control}$ соответствует равновесному значению арендной платы при отсутствии налога. Проиллюстрируйте первоначальное равновесие и новое равновесие на одном графике, где по вертикали отложена цена, уплачиваемая арендатором. Сравните первоначальные (до введения регулирования, но при наличии налога) и новые (после введения регулирования) значения CS, PS, профицита местного бюджета (GS) и TS, заполнив следующую таблицу. Прокомментируйте влияние данного регулирование на общественное благосостояние.

	Начальное	Новое	Изменение
CS			
PS			
GS			
TS			

(b) Какое неявное предположение о распределении жилья при регулировании, было использовано в пункте (a)? Как бы изменилась величина потерь при альтернативном варианте распределения жилья? (Изобразите максимально возможные потери общества).

Теория фирмы и совершенная конкуренция: ответы и подсказки

1. (а) $AVC = wL(Q,\overline{K})/Q = \begin{cases} 0.5\left(Q-\sqrt{\overline{K}}\right)^2, & Q>\sqrt{\overline{K}} \\ 0, & Q\le\sqrt{\overline{K}} \end{cases}$.

$$ATC^{SR} = AVC + AFC = \begin{cases} 0.5\left(Q-\sqrt{\overline{K}}\right)^2/Q + 2\overline{K}/Q, & Q>\sqrt{\overline{K}} \\ 2\overline{K}/Q, & Q\le\sqrt{\overline{K}} \end{cases},$$

(б) $TC(Q) = 0.4Q^2$.

$AC = 0.4Q$.

Нет экономии на масштабе, объяснение через отдачу на масштабе

2.

(а) $q^s(p) = \begin{cases} p/18, & p \ge 24 \\ 0, & p < 24 \end{cases}$

(б) $N = 40$, $p = \dfrac{150}{40/18+4} = \dfrac{75\times 9}{10+2\times 9} = \dfrac{675}{28} = 24\dfrac{3}{28}$

3. (а) Снижение α (при заданной цене) приводит к росту выпуска фирмы

Подсказка: используйте FOC и приведите доказательство от противного

Используйте график с MC

(б) Равновесная цена в краткосрочном периоде падает при снижении α

Докажите методом от противного

4. Расходы государства выше при паушальной субсидии

Подсказка: используйте метод выявленного выбора

5. (а) Предполагая, что на графике по оси отложена цена производителя, эта политика приводит к пропорциональному сдвигу вверх кривой предложения

TS снижается при введении контроля

(б) Подсказка: подумайте, кто получает квартиры в условиях избыточного спроса

При альтернативном распределении потери общества были бы выше

Теория фирмы и совершенная конкуренция: решения

1. (a) Derivation of AVC

Factors employment in SR can be found from the following cost minimisation problem:

$$\min_{L\geq 0} \quad wL + r\overline{K}$$
$$s.t. \quad F(L,\overline{K}) \geq Q$$

As $Q = 4\sqrt{L} + \sqrt{K}$, we get $L = \left(Q - \sqrt{\overline{K}}\right)^2 / 16$ if $Q > \sqrt{\overline{K}}$ and $L = 0$ otherwise.

$$AVC = wL(Q,\overline{K})/Q = \begin{cases} 0.5\left(Q - \sqrt{\overline{K}}\right)^2, & Q > \sqrt{\overline{K}} \\ 0, & Q \leq \sqrt{\overline{K}} \end{cases}.$$

Derivation of ATC

$$ATC^{SR} = AVC + AFC = \begin{cases} 0.5\left(Q - \sqrt{\overline{K}}\right)^2 / Q + 2\overline{K}/Q, & Q > \sqrt{\overline{K}} \\ 2\overline{K}/Q, & Q \leq \sqrt{\overline{K}} \end{cases},$$

AVC is increasing in Q for large Q:

$$AVC'_Q = 0.5\frac{2Q(Q - \sqrt{\overline{K}}) - \left(Q - \sqrt{\overline{K}}\right)^2}{Q^2} = 0.5\frac{\left(Q - \sqrt{\overline{K}}\right)\left(Q + \sqrt{\overline{K}}\right)^2}{Q^2} = 0.5\frac{Q^2 - \overline{K}}{Q^2} > 0 \text{ if } Q > \sqrt{\overline{K}} \text{ and}$$

constant for small Q (when only fixed factor is used).

AVC is constant when output is produced by capital only and AVC increases when L is used due to diminishing marginal product of labor and $F(L=0) = 4\sqrt{K} \geq 0$.

AFC is always diminishing due to fixed level of capital. ATC in SR consists of two parts: constant and then increasing AVC and diminishing AFC. As a result it diminishes initially due to AFC and then starts to increase (due to AVC) as with large output levels the contribution of AFC becomes negligible.

(b) Derivation of AC

Cost minimization problem. $\begin{array}{l} \min\limits_{L,K\geq 0} \quad wL + rK \\ s.t. \quad F(L,K) = Q \end{array}$.

The necessary condition for interior solution is an equality of the slope of isoquant (MRTS) and the slope of isocost (ratio of factors' prices). $MRTS_{LK} = 4\sqrt{\dfrac{K}{L}} = \dfrac{w}{r} = 4$ - and we get $\dfrac{K}{L} = 1$.

Note that corner solution is impossible as with K=0 MRTS=0<w/r=4 and firm will be able to substitute L by K. Similarly with L=0 MRTS approaches infinity, while w/r=4<infinity and firm will substitute K by L.

$Q = 4\sqrt{L} + \sqrt{K}$. As $L = K$ plugging into production function, we get $Q = 4\sqrt{L} + \sqrt{L} = 5\sqrt{L}$ or $L(Q) = 0.04Q^2$. Thus we get the following cost function: $TC(Q) = 8L(Q) + 2K(Q) = 10L(Q) = 0.4Q^2$.

Then $AC = TC(Q)/Q = 0.4Q$.

Diseconomy of scale, explanation via returns to scale

Thus AC in LR is increasing, which implies that there is a diseconomy of scale. This is due to decreasing returns to scale: $Q(\lambda L, \lambda K) = 4\sqrt{\lambda L} + \sqrt{\lambda K} = \sqrt{\lambda}(4\sqrt{L} + \sqrt{K}) < \lambda\left(4\sqrt{L} + \sqrt{K}\right) = \lambda Q(L, K)$ for any $\lambda > 1$

(c) Graph should be provided

2. (a) Derivation of individual supply curve

$p = MC(q) = 18q$ if $q > 0$

$p \geq AC(q) = 9q + 16/q$, $18q \geq 9q + 16/q$, $q \geq 4/3$, $p \geq 18q \geq 24$

$$q^s(p) = \begin{cases} p/18, & p \geq 24 \\ 0, & p < 24 \end{cases}$$

(b) Derivation of LR equilibrium

$Q^s(p) = Nq = Np/18$

$Q^D(p) = 150 - 4p = Np/18$, $p(N/18 + 4) = 150$, $p = \dfrac{150}{N/18 + 4} \geq 24$

$150 \geq 4N/3 + 96$, $54 \times 3/4 \geq N$, $54 \times 3/4 \geq N$,

$N = 40$, $p = \dfrac{150}{40/18 + 4} = \dfrac{75 \times 9}{10 + 2 \times 9} = \dfrac{675}{28} = 24\dfrac{3}{28}$

3. (a) Profit maximization problem $(1-\alpha)pq - c(q) - l(\alpha q) \to \max\limits_{q \geq 0}$

Function is strictly concave (second derivative is negative due to the assumptions), thus FOC is both necessary and sufficient.

$(1-\alpha)p - c'(q) - \alpha l'(\alpha q) \leq 0$ and $(1-\alpha)p - c'(q) - \alpha l'(\alpha q) = 0$ if $q > 0$.

Note that $q > 0$ for any $p > 0$: Otherwise $(1-\alpha)p - c'(0) - \alpha l'(0) = (1-\alpha)p > 0$ which violates FOC.

$(1-\alpha)p = c'(q) + \alpha l'(\alpha q)$

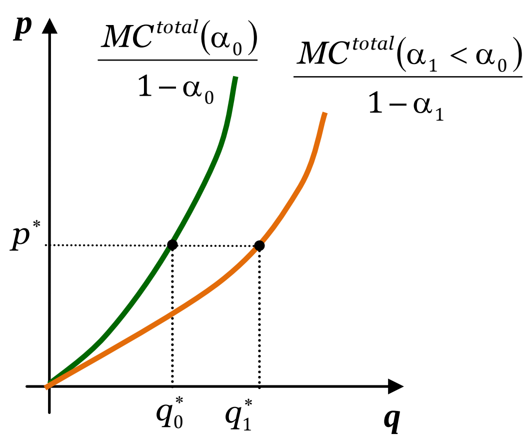
Algebraic analysis of response to reduction in α

Let us prove that reduction in α for given price results in an increase in quantity supplied by any firm. The LHS that represent marginal revenues goes up and so should do the RHS. If $\Delta q \le 0$ then marginal production cost would fall or stay the same (as MC is increasing) and the second term (marginal utilization cost) definitely falls as: $\Delta(\alpha q) < 0$ and MUC is increasing then $\Delta l'(\alpha q) < 0$ and with smaller α we have $\Delta(\alpha l'(\alpha q)) < 0$. Thus RHS goes down while LHS up and we get a contradiction. It means that $\Delta q > 0$.

Graphical analysis with comments

Supply is given by nondiminishing part of total MC per efficient unit (i.e. sold units) that lie above AC. Here as cost function is convex and goes from the origin than at any point MC>AC and MC is increasing. Thus total MC per efficient unit represents supply curve. With reduced α under the same output we utilize less and due to increasing marginal utilization cost assumption we get lower value of MUC. Thus total MC falls at every q. Moreover, as we sell more, the level TMC per efficient unit goes down which strengthens the effect of reduction of MUC.

As TMC per efficient unit shift downward, it means that firm is willing to produce the same output under lower price (i.e. supply curve shifts down or to the right).



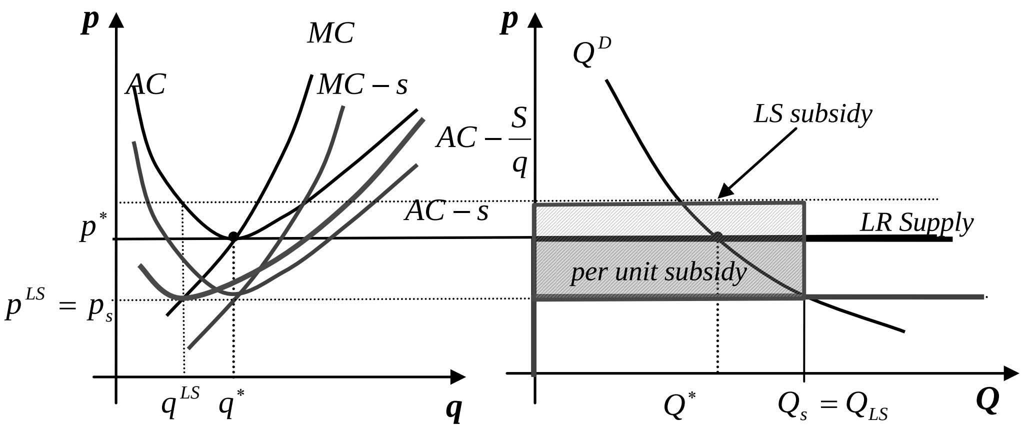
(b) In equilibrium $Q^d(p(\alpha)) = N(1-\alpha)q(p(\alpha),\alpha)$. Let us prove that $p(\alpha_0) > p(\alpha_1)$ if $\alpha_0 > \alpha_1$.

Suppose that $p(\alpha_0) \le p(\alpha_1)$, then $Q^d(p(\alpha_0)) \ge Q^d(p(\alpha_1))$ as demand is diminishing.

From part (a) we know that $(1-\alpha_1)q(p(\alpha_0),\alpha_1) > (1-\alpha_0)q(p(\alpha_0),\alpha_0)$. As supply is increasing in price $q(p(\alpha_1),\alpha_1) \ge q(p(\alpha_0),\alpha_1) > q(p(\alpha_0),\alpha_0)$ if $p(\alpha_0) \le p(\alpha_1)$. Thus market supply goes up $N(1-\alpha_1)q(p(\alpha_1),\alpha_1) > N(1-\alpha_0)q(p(\alpha_0),\alpha_0)$ while demand goes down, so market is not in equilibrium. It proves that $p(\alpha_0) > p(\alpha_1)$.

Intuition is straightforward: as each firm is willing to produce more, market supply goes up and results in excess supply that drives the price downward.

4. Graphical analysis



Firm **Market**

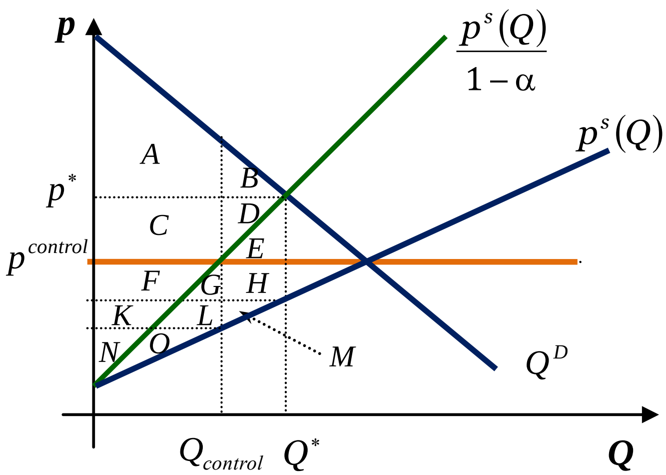
Analytical approach

$p_{LR} = AC(q^*) - s = AC(q_{LS}) - \dfrac{S}{q_{LS}}$, $AC'(q^*) = 0 = AC'(q_{LS}) + \dfrac{S}{(q_{LS})^2}$, which implies $AC'(q_{LS}) = -\dfrac{S}{(q_{LS})^2} < 0$, i.e. AC is not minimized at $q = q_{LS}$ but AC is minimized at $q = q^*$. Thus $AC(q^*) < AC(q_{LS})$ and $\dfrac{S}{q_{LS}} - s = AC(q_{LS}) - AC(q^*) > 0$. Cost of subsidy comparison: $S \times n_{LS} = S\dfrac{Q_{LS}}{q_{LS}} = S\dfrac{Q_s}{q_{LS}} > sQ_S$.

5. (a) Graph

Comments on after-tax supply curve.

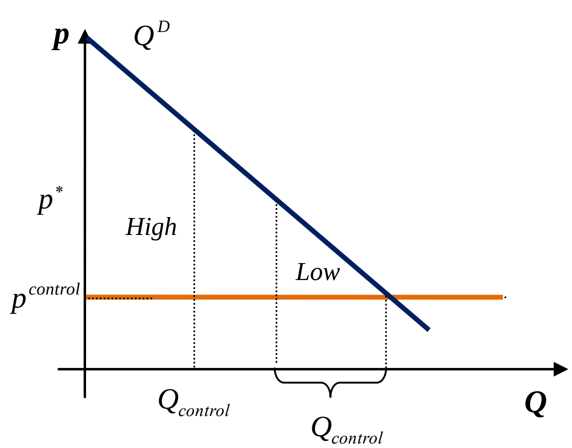
Initial inverse supply is drown in terms of producer price that reflects the marginal cost of house owners. Now houseowners are willing to supply the same amount if they get the same net of tax price, i.e. under $p_t(1-\alpha) = p_s$. It means that tenants' price should be $p_t = \dfrac{p_s}{1-\alpha}$. Thus inverse supply curve shifts upward proportionally.



	Initial	New	Change
CS	A+B	A+C	C-B
PS	K+L+M+N+O	N+O	-(K+L+M)
GS	C+D+E+F+G+H	F+G+K+L	K+L-(C+D+E+H)
TS			-(B+D+E+H+M)

Welfare impact: TS is reduced that results in additional DWL of (B+D+E+H+M). The reason is that imposed price ceiling results in rent decrease that is unfavourable for house owners and they are willing to supply less. Thus output that was less then efficient initially (due to tax) now is reduced even more due to price restriction.

(b) Implicit assumption: efficient rationing, i.e. those who most desire apartment (have higher valuation measured by CS) are the ones who get it. If this is not the case the loss of TS would be even higher and it would be the highest if we serve only consumers with lowest valuation. In this case TS is reduced by the difference in their CS, i.e. by High-Low.



Монополия/Монопсония и ценовая дискриминация: задачи

1. Вопрос базируется на Рис. 11.5 ‘Ценовая дискриминация третьего рода’ (с. 435 П&Р). На этом рисунке представлен графический вывод равновесия при ценовой дискриминации 3-го типа в случае возрастающих предельных издержек. Комментарий к графику гласит: «совокупный объем производства $Q_T = Q_1 + Q_2$ определяется точкой пересечения кривой предельных издержек с пунктирной кривой MR_T, полученной путем горизонтального сложения кривых предельного дохода MR_1 и MR_2».

Как известно, условия первого порядка требуют, чтобы предельная выручка от продаж каждой группе, а не совокупная предельная выручка, равнялась бы предельным издержкам. Есть ли здесь противоречие? Решением какого уравнения является кривая MR_T? Объясните свои ответы.

2. В городе N в результате финансового кризиса закрылось множество предприятий и на сегодняшний день инженер может найти работу по специальности лишь на одном заводе. Заводу известно, что предложение труда инженеров-мужчин задается функцией вида $L^M\left(w^M\right) = w^M$, а предложение труда инженеров-женщин описывается функцией $L^F\left(w^F\right) = \max\left(0, w^F - 4\right)$, где w^k - почасовая ставка заработной платы для группы k $\left(k = M, F\right)$, а L^k - занятость группы k в часах. При этом инженеры-мужчины и инженеры-женщины обладают одинаковой производительностью труда. Считайте, что в краткосрочном периоде труд является единственным переменным фактором, а производственная функция имеет вид $F(L) = \max\left(0,\ 13L - 0.5L^2\right)$. Произведенную продукцию завод продает на совершенно конкурентном рынке по цене 4 у.е. за единицу. Завод стремится максимизировать прибыль.

(а) Если бы завод мог оплачивать труд инженеров-мужчин и инженеров-женщин по разным ставкам, то какие ставки были бы выбраны руководством завода? Проиллюстрируйте графически.

(б) Предположим, что ввели запрет на дискриминацию в оплате труда.

(в) Приведет ли это к увеличению общественного благосостояния? Объясните полученный результат.

(г) Предложите налоги/субсидии, которые бы восстановили эффективность в случае дискриминирующей монопсонии из пункта (а). Покажите, что предложенные налоги/субсидии действительно приведут к эффективному распределению.

3. Компания N производит уникальный продукт, которому нет аналогов в мире. Она продает свой товар на внутреннем рынке, а также экспортирует. Считайте, что издержки транспортировки равны нулю. Функция предельных издержек монополиста возрастает по выпуску, а функции предельной выручки убывают на каждом рынке. Государство решило ввести экспортную пошлину в размере α за каждую единицу товара. Считайте, что объемы продаж на обоих рынках положительны как до, так и после введения пошлины.

(а) Проанализируйте графически влияние данной политики на объем продаж на внутреннем рынке, предполагая, что все кривые линейны (приведите комментарии к графикам).
(б) Приведите алгебраический анализ влияния данной политики на внутренние продажи для произвольного (нелинейного) случая, не предполагая дифференцируемость MR и MC.

Монополия и ценовая дискриминация: ответы/подсказки

1. Нет противоречия

2.
(а) $L_F = 4, L_M = 6, w_F = 8, w_M = 6$
(б) $L = 10$ и $w = 7$, $L_F = 3, L_M = 7$
(в) $TS^{(b)} - TS^{(a)} = 1$
(г) $s_F^* = 32/9$, $s_M^* = 68/9$

3.
(а) Внутренние продажи возрастут

(б) Докажите методом от противного

Монополия и ценовая дискриминация: решения

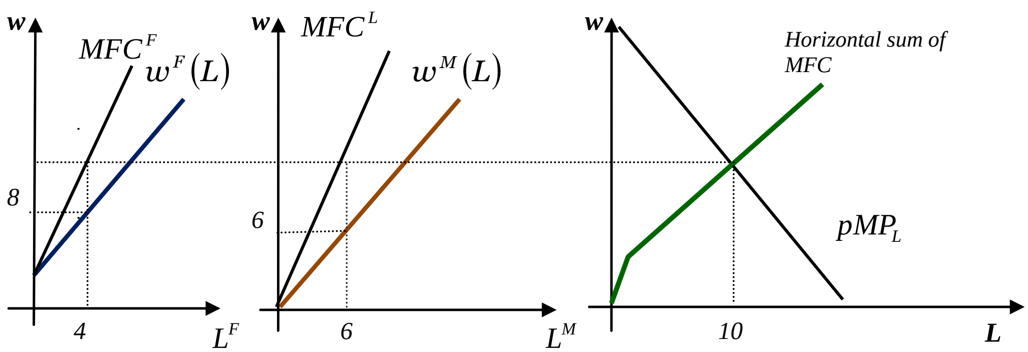
1. No contradiction as we do not sum up MR, we sum up sales for given value of MR. We do this to equalize MR at the two markets, i.e. we solve graphically the following equation $MR_1(q_1) = MR_2(q_2)$. We take some particular value of MR and look at volume of sales at each market that generates this value of MR, then we sum up this volumes and represent this total volume at the graph with MC (as MC also depends on total output). Thus each point along combined MR curve represent the total volume of sales that can be allocated across the two markets in such a way that MR are the same and equal to the given value.

2. (a) We can equivalently rewrite the problem in terms of employment rather than wage rate setting.

$$\max_{L_M, L_F \geq 0} \left(4\left(13L - 0.5(L_M + L_F)^2\right) - L_M \times L_M - L_F \times (L_F + 4)\right).$$

FOCs: $52 - 4(L_M + L_F) = 2L_M$, $\quad 52 - 4(L_M + L_F) = 4 + 2L_F$

Solution. $L_F = 4, L_M = 6, w_F = 8, w_M = 6$.



(b) Aggregate supply: $L^S(w) = \begin{cases} w, & w < 4 \\ 2w - 4, & w \geq 4 \end{cases}$, Inverse market supply

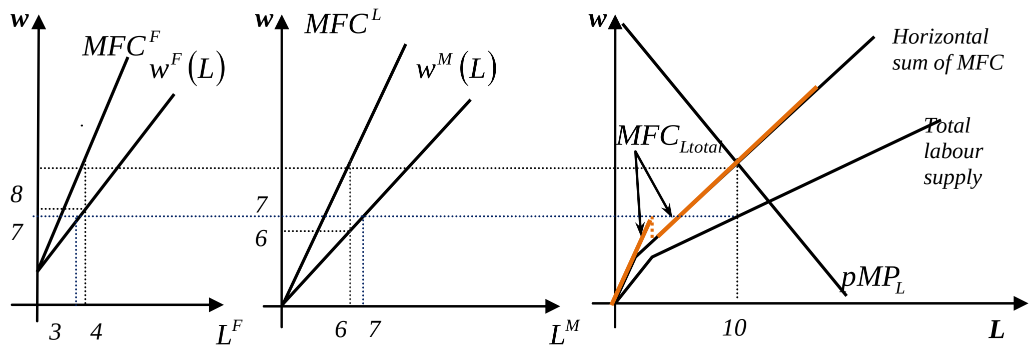
$$w^S(L) = \begin{cases} L, & L < 4 \\ (L+4)/2, & L \geq 4 \end{cases}.$$

Profit maximization problem $\max_{L \geq 0}\left(4\left(13L - 0.5L^2\right) - w^s(L) \times L\right)$. $MFC(L) = \begin{cases} 2L, & L < 4 \\ (L+2), & L \geq 4 \end{cases}$

FOC: $\begin{cases} 52 - 4L = 2L, & L < 4 \\ 52 - 4L = L + 2, & L \geq 4 \end{cases}$

Solution. $L = 10$ and $w = 7$, $L_F = 3, L_M = 7$

Graph



(c) Comparison of social welfare:

$$TS^{(a)} = 4\int_0^{10}(13-L)dL - \int_0^6 L_M dL_M - \int_0^4 (L_F+4)dL_F \ ,$$

$$TS^{(b)} = 4\int_0^{10}(13-L)dL - \int_0^7 L_M dL_M - \int_0^3 (L_F+4)dL_F \ , \ TS^{(b)} - TS^{(a)} = 1$$

Conclusion: if discrimination is prohibited, total employment stays the same but with uniform wage employment is efficiently allocated between the groups that increases TS.

Under market segmentation price discrimination any given level of employment is inefficiently allocated b/w the workers as $w^m \neq w^f$. If we keep the same total employment but reallocate employment between the groups then output (and TB) would stay the same. If we increase male employment by small unit and give compensation equal to $(w^m + w^f)/2 = 7$ then they would be better off as they were willing to work at lower wage. On the other hand we would reduce female employment by the same amount. The opportunity cost of this unit was $w^f = 8$. But we would take only $(w^m + w^f)/2 = 7$, which is less so this person is also better off. Thus we get a Pareto improvement that demonstrates inefficiency of initial allocation of total employment between the two markets. Thus $TS^{(a)} = TS^{segm} < TS^M = TS^{(b)}$.

(d) As employment is below efficient level we should subsidize employment that would reduce MFC. As after-subsidy MFC is lower, the monopsonist has an incentive to increase employment. To attain desired increase in employment for each group we need two different subsidies.

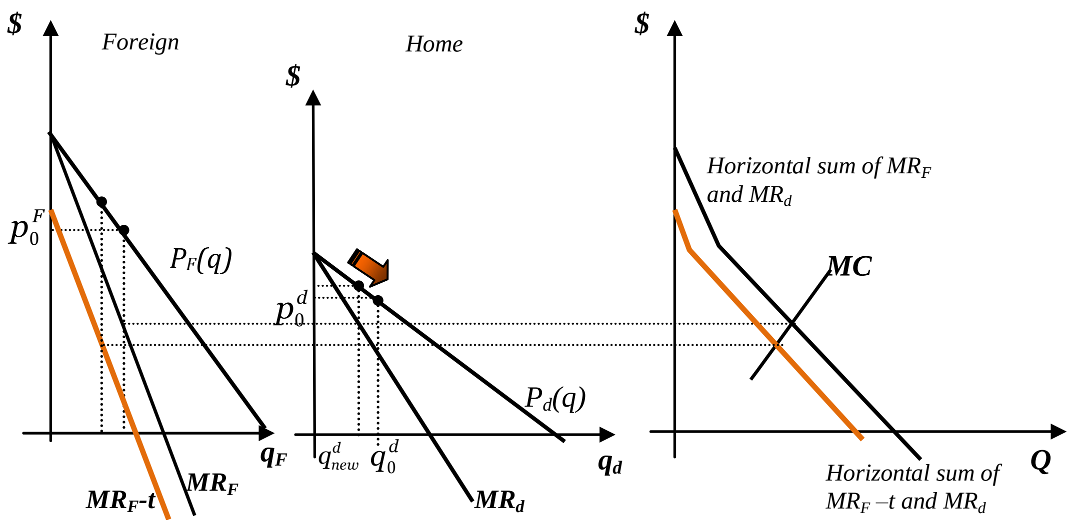
Efficient employment is given by

$$w_i(L_i^*) = MRP(L_i^* + L_j^*) \ . \ (*)$$

$L_M^* = 4(13 - L_M^* - L_F^*)$, $\quad L_F^* + 4 = 4(13 - L_M^* - L_F^*)$, $\quad L_F^* + 4 = L_M^*$, $\quad L_M^* = 4(17 - 2L_M^*)$, $L_M^* = 68/9$, $L_F^* = 32/9$

Monopsonist would operate at point, where $MFC_i(L_i) - s_i = MRP(L_i + L_j)$. Thus we should set $s_i^* = MFC_i(L_i^*) - w_i(L_i^*)$. $s_F^* = 2L_F^* + 4 - L_F^* - 4 = L_F^* = 32/9$, $s_M^* = 2L_M^* - L_M^* = L_M^* = 68/9$

Note: the resulting allocation would be efficient as under given subsidies efficiency conditions (*) are satisfied.



By summing MR curves horizontally we equalize the values of MR across the two markets (monopolist will sell at both only if MR is the same). Then we find the optimal production by intersecting equalized MR with MC.

Per unit tax reduces MR from export. As a result it affects the locus of points where MRs are equalized and this new (grey) line intersects increasing MC at lower value of MC. Domestic MR curve is unaffected and we need lower value of MR which happens at increased domestic sales.

(b) Domestic sales will go up.

Proof. In equilibrium with export duty we have $\begin{cases} MR_F(q_F) - t = MC(q_F + q_d) \\ MR_d(q_d) = MC(q_F + q_d) \end{cases}$.

Note that initially $t = 0$ and then it increases by $\Delta t > 0$.

Let us prove that $\Delta q_d > 0$. Suppose that this is not the case and $\Delta q_d \le 0$, then $\Delta MR_d \ge 0$ as MR is diminishing. In equilibrium $\Delta MC = \Delta MR_d \ge 0$. (**)

As MC is increasing, then $\Delta Q = \Delta q_d + \Delta q_F \ge 0$. Thus $\Delta q_F = \Delta Q - \Delta q_d \ge 0$. MR_F is diminishing then $\Delta MR_F - t < 0$. This implies $\Delta MC = \Delta MR_F - t < 0$ which contradicts to (**). Contradiction proves that $\Delta q_F > 0$.

Стратегические взаимодействия: задачи

1. [П&Р] Гл.12, #8 Две фирмы с нулевыми предельными издержками конкурируют с помощью цен. Функции спроса на их продукцию имеют вид $Q_i = 20 - P_i + P_j$.

(а) Пусть фирмы выбирают цены одновременно. Найдите выбранные цены, результирующие объемы продаж и прибыли.

(б) Пусть сначала устанавливает и объявляет свою цену фирма 1, а затем – фирма 2. Найдите выбранные цены, результирующие объемы продаж и прибыли.

(в) Предположим, что ваша фирма одна их этих двух, и у вас есть три варианта игры: (1) фирмы выбирают цены одновременно, (2) ваша фирма устанавливает цену первой, (3) ваш конкурент устанавливает цену первым. Какой вариант вы выберете и почему?

2. Фирма А обладает двумя разными технологиями производства продукции. Технология 1 требует 4 единицы труда и одну единицу капитала для производства единицы выпуска. Технология 2 требует две единицы труда и одну единицу капитала для производства единицы выпуска, но для использования технологии 2 необходимы единовременные инвестиции в размере 70 для запуска этой линии, а для запуска технологии 1 никакие дополнительные издержки не требуются. Ставка заработной платы равна 3, а цена единицы капитала равна 4. Функция обратного спроса имеет вид $P(Q) = 34 - Q$.

(а) Если компания уверена, что ей удастся сохранять монопольное положение в отрасли, то какую технологию ей следует выбрать? Найдите результирующий выпуск, цену и прибыль.

(б) Фирма А ожидает вход на тот рынок фирмы В, функция издержек которой имеет вид $TC^B(q) = 10q$, но для входа на рынок фирме В придется потратить 90 на приобретение лицензии. Если конкурент войдет на рынок, то фирмы будут конкурировать по модели Курно. Какую технологию следует выбрать фирме А, если она принимает решение о выборе технологии до входа фирмы В? Изобразите дерево игры , найдите равновесие и объясните полученный результат.

(в) Найдите эффективное распределение и сравните DWL для пунктов (а) и (б). Какой вывод можно сделать о роли потенциальной конкуренции в ограничении рыночной власти? Объясните полученный результат.

(г) Объясните значение необратимости издержек для успешного вытеснения входа. Проиллюстрируйте, как изменилось бы дерево игры, если бы издержки внедрения второй технологии были обратимыми.

3*. Обратная функция спроса на товар Х имеет вид $p(Q) = A - Q$. Пусть в отрасли конкурируют две фирмы, но фирм 1 имеет патент на технологию производства товара Х, позволяющую выпускать его с постоянными средними издержками c, где $c < A$. Фирма 1 взимает с фирмы 2 плату за использование данной технологии в размере t с каждой единицы, произведенной фирмой 2.

(а) Пусть t задано и фирмы конкурируют путем одновременного выбора выпусков. Найдите равновесие, полагая, что t достаточно мало, и выпуски обеих фирм положительны.

(б) Рассмотрите двухэтапную игру, где на первом этапе фирма 1 выбирает и фиксирует в контракте ставку лицензионных отчислений t, а затем обе фирмы одновременно выбирают выпуски. Найдите совершенное в подыграх равновесие по Нэшу.

(в) Сравните прибыль фирмы 1 в случае (б) с монопольной прибылью. Может ли этот результат быть обобщен для любой убывающей функции спроса?

Стратегические взаимодействия: ответы и подсказки

1. Решение приведено в [П&Р] Ch.12, #11

2. (а) Технологию 1, прибыль=81;

(б) Технологию 2. Подсказка: постройте дерево игры и решите игру методом обратной индукции

(в) Эффективное распределение: использовать технологию 2 и производить $Q=24$,

$DWL_a = 96{,}5$

$DWL_b = 72 < DWL_a$

TS растет, цена падает, потенциальная конкуренция может ограничивать рыночную власть

(г) Подсказка: угроза снижения МС не будет правдоподобной в случае обратимых издержек

3. (a) $q_1 = \dfrac{A-c+t}{3}$ и $q_2 = \dfrac{A-c-2t}{3}$;

(b) $t = \dfrac{A-c}{2}$, $q_1 = \dfrac{A-c+t}{3} = \dfrac{A-c}{2}$ и $q_2 = 0$

(c) $\pi_1^{(b)} = \pi^{monopoly}$. Этот результат может быть обобщен.

Стратегические взаимодействия: решения

1. Solution is available in [P&R] Ch.12, #11

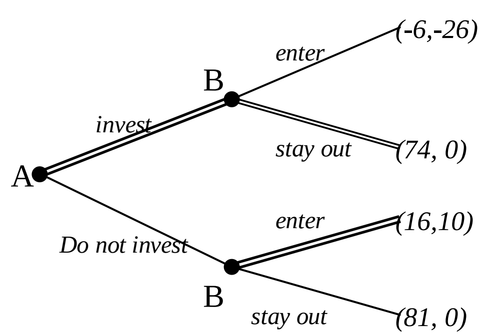
2. (a) Both technologies are CRS, which implies that cost function is linear in output and MC=AC=constant. $MC_1 = r + 4w = 4 + 12 = 16$ and $MC_2 = r + 2w = 4 + 6 = 10$.

If A believes that it will continue to be the only producer, then it should chose the technology that brings the maximum possible profit. Let us find the maximum profit college can get if technology 1 is used. The optimal output is determined from equality of MR and MC: $MR = 34 - 2Q = MC_1 = 16$, $Q = 9$, $p = 25$ and $\pi = (25 - 16)9 = 81$.

In case of technology 2 $MR = 34 - 2Q = MC_2 = 10$, $Q = 12$, $p = 22$, $\pi = (22 - 10)12 - 70 = 144 - 70 = 74$. Thus firm A should use technology 1.

(b) Technology 2 results in symmetric competition. $MR_i = 34 - q_j - 2q_i = MC_i = 10$. As equilibrium is symmetric, $q_i = q_j = 8$, $p = 34 - 16 = 18$ and $\pi_A = (18 - 10)8 - 70 = -6$, while $\pi_B = (18 - 10)8 - 90 = -26$.

Technology 1 results in asymmetric competition. $MR_A = 34 - q_B - 2q_A = MC_A = 16$ and $MR_B = 34 - q_A - 2q_B = MC_B = 10$. Summing up, we get $68 - 3Q = 26$ or $Q = 42/3 = 14$. Finally, $q_A = 34 - 16 - Q = 4$, $q_B = 10$, $p = 34 - 14 = 20$, $\pi_A = (20 - 16)4 = 16$, $\pi_B = (20 - 10)10 - 90 = 10$.



Thus it is profitable to use technology 2. Game tree and solution via backward induction see above.

Explanation of the result. Under the threat of losing its monopoly power, firm A switches to technology with lower marginal cost as it makes the treat of aggressive behaviour under Cournot competition (i.e. large output) credible and results in successful entry deterrence.

(c) Efficient allocation.

As we deal with constant MC then in absence of set-up cost it would be cheaper to produce with second technology. But in case of set-up choice this is not necessarily the case and we should compare the two options. The third option with combination of the technologies is definitely dominated by the second technology which will result in lower cost.

Technology 1. $34-Q=16$, $Q=18$, $TS(1)=(34-16)\times 18/2=162$

Technology 2. $34-Q=10$, $Q=24$, $TS(2)=(34-10)\times 24/2-60=288-70=218$

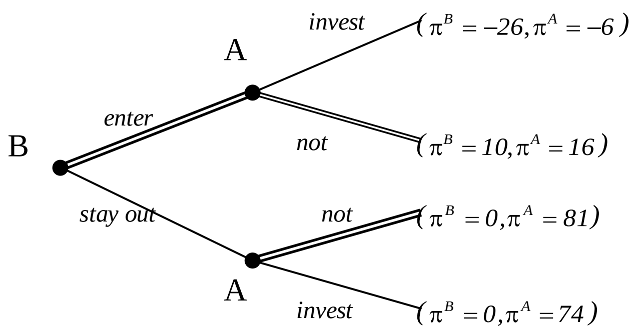
Thus it is efficient to use the second technology and $TS_{\max}=218$

$$DWL_a=TS_{\max}-TS^a=218-(34-16+34-9-16)\times 9/2=218-27\times 9/2=218-121.5=96.5$$
$$DWL_b=TS_{\max}-TS^b=218-[(34-10+34-12-10)\times 12/2-70]=218-[216-70]=72$$
$$DWL_b=72<DWL_a$$

Thus the threat of potential competition may result in output expansion that is used as entry deterrence strategy. As a result output becomes closer to the efficient level which reduces DWL.

(d) Intuitive explanation

In the absence of sunk costs firm A could not credibly precommit to technology 2. Had firm B believe in technology 2 and decide to stay out, firm A prefers to produce with technology 1 as this allows to get profit of 81 instead of 74. Note that firm A has to pay for MC reduction anyway, but if this payment is reversible the game tree is different. Threat of MC reduction is no more credible and firm B finds optimal to enter the industry.



3. Cournot competition with different MC. Note: here license payment constitutes additional source of revenue for firm 1.

Profit maximization problem of firm 1: $\max\limits_{t\geq 0}((A-q_1-q_2-c)q_1+tq_2)$

FOC: $A-2q_1-q_2-c=0$

Profit maximization problem of firm 2: $\max\limits_{t\geq 0}(A-q_1-q_2-c-t)q_2$

FOC: $A-q_1-2q_2-c-t=0$

Solution of the system: $q_1=\dfrac{A-c+t}{3}$ and $q_2=\dfrac{A-c-2t}{3}$.

(b) Last part of the game is solved in part (a). Problem of firm 1 at the first stage of the game:

$$\max_{t\geq 0}\left(\left(A-\frac{2A-2c-t}{3}-c\right)\frac{A-c+t}{3}+t\frac{A-c-2t}{3}\right)=\max_{t\geq 0}\left(\left(\frac{A-c+t}{3}\right)^2+t\frac{A-c-2t}{3}\right)$$

FOC. $2\dfrac{A-c+t}{3}+A-c-4t=0$

Solution. $t=\dfrac{A-c}{2}$, $q_1=\dfrac{A-c+t}{3}=\dfrac{A-c}{2}$ and $q_2=0$. Thus the best option is to charge the fee that makes business of the second firm unprofitable so that firm 1 becomes a pure monopoly.

(c) $\pi_1^{(b)}=\pi^{monopoly}$. This result could be generalized.

By charging very high fee firm 1 can always make business of the second firm unprofitable and become the only producer in the industry, which implies that for any cost and demand functions $\pi_1^{(b)}\geq\pi^{monopoly}$.

On the other hand for any t

$$\pi_1(q_1(t),q_2(t))+\pi_2(q_1(t),q_2(t))=(q_1(t)+q_2(t))(P(q_1(t)+q_2(t))-c)\leq$$
$$\leq\max Q(P(Q)-c)=\pi^{monopoly},$$

which implies that $\pi_1(q_1(t),q_2(t))\leq\pi^{monopoly}$ for any t. If $t=t^b$ then $\pi_1(q_1(t^b),q_2(t^b))=\pi_1^{(b)}\leq\pi^{monopoly}$.

Thus we have proved that $\pi_1^{(b)}=\pi^{monopoly}$.

Экстерналии и общественные блага: задачи

1. Два жителя хутора (А и В) выбирают размер своего стада коров, x_A и x_B, соответственно. Издержки на одну корову составляют 6. Выгода, которую корова приносит своему владельцу зависит от совокупного количества коров, поскольку они будут пастись на одном пастбище, и величина выгоды от одной коровы составит $30 - X$, где X совокупное количество коров жителей хутора.

(а) Если индивиды принимают свои решения одновременно и независимо, то какое количество коров выберет каждый из них?

(б) Покажите, что распределение из пункта (а) является неэффективным. Объясните причину неэффективности.

(в) Предложите способ восстановления эффективности и покажите, как он работает.

2. Рассмотрите проблему загрязнения города, вызванную автомобильных выбросами в размере 21 тонны в год и выбросам предприятий в размере 15 тонн в год. Издержки снижения выбросов для предприятий и автомобилей составляют $C_f(x_f) = (x_f)^2$ и $C_c(x_c) = 0.5(x_c)^2$ в год, соответственно, где x_f и x_c - объемы сокращения выбросов предприятий и автомобилей. Выгода от снижения загрязнения задана функцией $B(x) = 0.25x^2 + 2x$, где x - совокупное снижение выбросов.

(а) Найдите оптимальный уровень снижения выбросов.

(б) Объясните, как можно достичь найденного в пункте (а) уровня за счет введения торгуемых разрешений на выбросы. Специфицируйте объем этих разрешений и найдите равновесную цену. Проиллюстрируйте равновесие графически.

(в) Рассмотрите альтернативный подход к регулированию, который приводит к такому же совокупному снижению выбросов за счет одинакового пропорционального сокращения выбросов всеми предприятиями и автотранспортом. Сравните издержки от снижения загрязнении со случаем (б) и объясните полученный результат.

3. (а) Применительно к финансированию общественного блага объясните, как проблема безбилетника может быть описана игрой типа ‘дилемма заключенного’.

(б) Рассмотрите двух индивидов (А и В), которые принимают решение относительно финансирования общественного блага. Функции полезности индивидов имеют вид $u^A(x_A, G) = x_A + 2\sqrt{Y}$ и $u^B(x_B, Y) = x_B + 4\sqrt{Y}$, где x_A, x_B - объемы (расходы) потребления частного блага и Y - количество общественного блага. Каждый индивид обладает доходом, равным 100. Общественное благо производится совершенно конкурентной фирмой с функцией издержек $C(Y) = Y^2$.

> **(i)** Индивиды принимают решения о своих вкладах в финансирование общественного блага одновременно и независимо. Найдите равновесие.
>
> **(ii)** Объясните, возможно ли улучшить найденное распределение в терминах эффективности, не вычисляя эффективное распределение.

4. Две компании, А и В, разрабатывает газовое месторождение. Издержки каждой компании зависят как от собственного объема добычи, так и от добычи конкурента: $C_A = 0.25(q_A + q_B)^2 + 0.5(q_A)^2$ и $C_B = 0.25(q_B + q_A)^2 + 0.5(q_B)^2$. Спрос на газ задан функцией $Q(p) = 20 - p$.

(а) Пусть эти компании являются олигополистами и конкурируют путем одновременного и независимого выбора объемов добычи. Найдите равновесие.

(б) Как изменится ваш ответ на вопрос пункта (а), если рассматриваемые компании являются ценополучателями на рынке газа?

(в) Сравните величины чистых потерь общества в случаях (а) и (б). Объясните полученный результат.

(г) Возможно ли устранить неэффективность (если таковая имеется) в случаях (а) и/или (б) посредством налогов/субсидий? Найдите корректирующие налоги/субсидии или докажите, что это невозможно.

Экстерналии и общественные блага: ответы и подсказки

1. (а) $x_a = x_b = 8$

(б) $X^{eff} = 12 < X^{eq} = 16$

(в) $t = 6$

2. (а) $x_f = 4, \quad x_c = 8$

(б) $p_q = 8$

(в) $TAC_{prop} = 49.5 > TAC_{permits} = 48$

3. (а) см. лекцию

(б) (i) в равновесии $p_Y = 2$, $Y = 1$

(ii) да, возможно

4. (а) $q_i = q_j = 4$

(б) $Q = 10$

(в) Эффективное распределение: $Q = 40/5 = 8$, $q_i = q_j = 4$

$DWL^a = 0$

$DWL^b = 5$

(г) (а) распределение эффективно

(б) возможно с помощью налога Пигу со ставкой $t_i = 4$

Экстерналии и общественные блага: решения

1. (a) Net benefit maximization problem of villager i:

$$\max(30 - x_i - x_j - 6)x_i,$$

FOC: $24 - 2x_i - x_j = 0$,

Summing up: $48 - 3(x_i + x_j) = 0$. Thus $x_i + x_j = 48/3 = 16$ and $x_i = 24 - (x_i + x_j) = 8$

Nash equilibrium: $x_a = x_b = 8$

(b) Efficient outcome: $\max(24 - X)X$, $X^{eff} = 12 < X^{eq} = 16$

Reason: negative external effect due congestion

Each agent doesn't take into account decrease in marginal value of his neighbor cows due to increase in the number of cows: $MPB_i = 30 - 2x_i - x_j = 30 - 2X + x_j > MSB = 30 - 2X$

(c) Pigouvian tax: $t = MD = x = 6$ per cow

$$\max(30 - x_a - x_b - 6 - t)x_a$$

$$24 - 2x_a - x_b - t = 0,\ x_a = x_b = 8 - t/3 = 6$$

2. Consider an urban pollution problem caused by car traffic, that emits 21 tonnes of pollution annually, and factories, that emit another 15 tonnes. The cost of reducing car pollution is $C_c(x_c) = 0.5(x_c)^2$ and the cost of reducing factory pollution is $C_f(x_f) = (x_f)^2$, where x_c and x_f are the reduction in tones in annual car and factory pollution, respectively. The total benefits of reducing pollution are given by $B(x) = 0.25x^2 + 2x$, where x represents the total reduction in pollution.

(a) What is the socially efficient reduction in pollution?

Derivation of efficiency condition:

$$MB = 0.5(x_c + x_f) + 2 = MC_f = 2x_f$$

$$MB = 0.5(x_c + x_f) + 2 = MC_c = x_c$$

Solution of the system: $x_f = 4, \quad x_c = 8$.

(b) Verbal explanation should be provided

Assume that efficient number of permits is issued and allocated for free: $\bar{q}_c + \bar{q}_f = 15 + 21 - 4 - 8 = 24$

Firm C demand for permits we get from: $\max\limits_{q_c}\left(p_q(\bar{q}_c - q_c) - 0.5(21 - q_c)^2\right)$

FOC: $-p_q + (21 - q_c) = 0 \Rightarrow q_c = 21 - p_q$

Firm F demand for permits: $\max\limits_{q_f}\left(p_q(\bar{q}_f - q_f) - (15 - q_f)^2\right)$

FOC: $-p_q + 2(15 - q_f) = 0 \Rightarrow q_f = 15 - 0.5p_q$

In equilibrium total quantity demanded equals to the quantity supplied:

$q_c + q_f = 21 - p_q + 15 - 0.5p_q = 24$

$p_q = 12/1.5 = 8$, $q_c = 13$, $q_f = 11$, $x_c = 21 - 13 = 8$, $x_f = 15 - 11 = 4$.

Graph should be provided

(c) Uniform rate of reduction in emission levels $12/36 = 1/3$ results in $x_c = 21/3 = 7$, $x_f = 15/3 = 5$

This outcome is different from (b) and it is inefficient as total costs are not minimized.

$TAC_{prop} = 0.5 \times 49 + 25 = 49.5 > TAC_{permits} = 0.5 \times 64 + 16 = 48$.

3. (a) see the lecture

(b) (i) $\max\left(100 - p_y y_i + 2i\sqrt{y_i + y_j}\right)$,

FOC: $-p_y + i/\sqrt{Y} \le 0$ and $-p_y + i/\sqrt{Y} \le 0$ if $y_i > 0$

Claim: only agent with low valuation of the public good free rides. Proof.

Assume that this is not the case and agent A contributes then $p_y = 1/\sqrt{Y}$ and $p_y \ge 2/\sqrt{Y}$, which is impossible.

Thus agent A free rides and only B contributes so that $p_y = 2/\sqrt{Y}$.

Thus $Y = (2/p_y)^2$

Profit maximization implies $p_Y = MC = 2Y$. Thus in equilibrium $p_Y/2 = (2/p_y)^2$

Equilibrium $p_Y = 2$, $Y = 1$.

(ii) Yes, it is possible because $SMB = 1/\sqrt{Y} + 2/\sqrt{Y} = 3 > MC = 2Y = 2$

Intuitive explanation: More of public good should be produced as willingness to pay exceeds the MC. Reason for inefficiency: agents do not take into account positive external effect

4. (a) Profit maximisation problem. $\max\limits_{q_i \ge 0}\left[(20 - q_i - q_j)q_i - 0.25(q_i + q_j)^2 - 0.5(q_A)^2\right]$

FOC $MR_i = 20 - 2q_i - q_j = 1.5q_i + 0.5q_j$, Summing up: $40-3Q=2Q$, $Q=8$, $q_i=q_j=4$

(b) Profit maximisation problem. $\max\limits_{q_i\geq 0}\left[pq_i-0.25\left(q_i+q_j\right)^2-0.5\left(q_A\right)^2\right]$

FOC $p=1.5q_i+0.5q_j$,

Market equilibrium. $20-Q=p=0.5\left(q_i+q_j\right)+q_i$, $40-2Q=2Q$, $Q=10$,

(c) Efficient outcome can be derived from TS maximization.

FOC:

$$SMB=20-Q=MC=Q+q_i=Q+q_j,\ Q=40/5=8,\ q_i=q_j=4$$

$$TS^{\max}=\frac{20+(20-8)}{2}\times 8-0.5\times 8^2-0.5\times 2\times 4^2=128-32-16=80$$

$DWL^a=0$ as allocation is efficient

$$TS^b=\frac{20+(20-10)}{2}\times 10-0.5\times 10^2-5^2=150-75=75,\ DWL^b=80-75=5$$

Explanation

In (a) loss from underproduction due to market power is balanced by the gain from reduced negative external effects and as a result outcome is efficient.

In (b) huge loss from negative external effect due to overproduction as firms base their decision on private cost that are less than social due to negative external effect

(d) (a) results in efficient allocation

In (b) efficiency could be restored with the help of Pigouvian tax

$$t_i=MD_i\left(q_i^{eff},q_j^{eff}\right)=\frac{\partial c_j\left(q_i^{eff},q_j^{eff}\right)}{\partial q_i}=\left(q_i^{eff}+q_j^{eff}\right)/2=8/2=4$$

Асимметричная информация: задачи

1. Рассмотрите экономику, где имеется 100 работников, половина из которых обладает высокой производительностью (тип H) с предельным продуктом труда, равным 100, и половина – низкой производительность (тип L) с предельным продуктом труда, равным 50. Альтернативная полезность для работника типа H равна 55, а для работника типа L – 20. Предпочтения работника типа t заданы функцией полезности $u_t = y - \alpha_t e$, где y - агрегированное потребительское благо с ценой равной 1, e - уровень образования, $\alpha_H = 1$ и $\alpha_L = 5/4$. Образование не влияет на производительность. Все участники нейтральны к риску, а все рынки – совершенно конкурентные.

(а) Предположим, что каждый работник знает свой тип, но этот тип не наблюдаем для фирм. Найдите равновесие в случае, когда фирмы не рассматривают образование как сигнал. Будет ли результирующее распределение эффективным?

(б) Предположим, что теперь фирмы рассматривают образование в качестве сигнала производительности.

(i) Найдите все уровни образования, которые приведут к успешному сигнализированию. Сравните получившиеся равновесия по Парето и проиллюстрируйте наилучшее по Парето равновесие.

(ii) Сравните наилучшее по Парето равновесие с равновесием из пункта (а). Какое из этих равновесий предпочтительнее с точки зрения общественного благосостояния? Объясните, почему высокопроизводительные работники подают сигнал, если их благосостояние в пункте (а) выше при отсутствии сигнала.

(iii) Найдите все объединяющие равновесия и проиллюстрируйте наилучшее по Парето.

2. Рассмотрите отрасль, в которой действуют 100 страховых компаний, которые продают только полисы с полной страховкой. Рассмотрим группу владельцев автомобилей, каждый из которых обладает богатством $w = 100$ и имеет предпочтения, описываемые элементарной функцией полезности $u(w) = \sqrt{w}$. В случае аварии потери составит 75% от первоначального богатства. Для половины водителей вероятность потерь равна 0.2 (группа А), а для овторой половины вероятность потерь составляет 0.5 (группа В).

(а) Пусть информация симметрична (владелец знает вероятность потерь, страховые компании могут идентифицировать тип). Найдите спрос на страховку, предложение страховки и равновесии. Проиллюстрируйте графически.

(б) Как изменится ваш ответ на вопрос пункта (а), если страховые компании не могут наблюдать тип автовладельца (информация асимметрична).

(в) Как изменятся ваши ответы на вопросы пунктов (а) и (б), если автовладельцы группы А составят 75% от всех автовладельцев?

Асимметричная информация: ответы и подсказки

1. (а) зарплата= 75, все заняты в данной отрасли

Равновесное распределение эффективно

(б) (i) e от 40 до 45

Наилучшее по Парето распределение при $e = 40$

(ii) Равновесие из пункта (а) предпочтительнее

(iii) $0 \leq e \leq 20$

Наилучшее по Парето распределение при $e = 0$

2. (а) L-рынок: $\gamma_L = 0.2$ и каждый покупает полную страховку

H-рынок: $\gamma_H = 0.4$ и каждый покупает полную страховку

(б) Равновесие при $\gamma = 0.4$, агенты с низким риском покидают рынок

(в)

(а) цены такие же, все агенты покупают полную страховку

(б) два равновесия: $\gamma = 0.4$ и $\gamma = 0.25$

Асимметричная информация: решения

1. (a) As education is not treated as a signal but workers get disutility from education, then e=0 for each worker.

In equilibrium wage rate is equal to the expected productivity of those workers that are willing to work at this wage rate. (At higher wage rate firm gets negative profit and labour demand is zero, at lower wage rate each worker brings positive profit on average and as a result demand goes to infinity).

Unconditional $MRP^{av}=150/2=75$, then u(75)=75>55>20 and everybody is willing to work at this industry.

Efficient allocation: $u^H(100,0)=100>55$ and $u^L(50,0)=50>20$. It is optimal for each worker to work at given industry. Thus equilibrium allocation is efficient.

(b) (i) Self-selection constraint: for signaling to be successful cost of education should exceed benefit for low productive: $u^L(50,0)\ge u^L(100,e)$ and cost of education should be less than benefit for high productive $u^H(50,0)\le u^H(100,e)$.

$$\begin{cases} 50\ge 100-1.25e \\ 50\le 100-e \end{cases} \Rightarrow 40\le e\le 50.$$

Participation constraint: **i**n addition each agent's utility should be greater or equal the reservation one: $u^L(50,0)=50\ge 20$, $u^H(100,e)=100-e\ge 55 \Rightarrow e\le 45$.

Conclusion $40\le e\le 45$.

Comparison of equilibria. Note, that in any equilibrium firms get zero profit (as each agent is paid his MRP), agent L has the same utility equal to 50 and utility of agent H is the highest, when education is at the lowest level (as education is costly but nonproductive).

(ii) In both cases firms get zero expected profit.

Utility of L-type worker is lower than in (a): $u_b^L=50<75$

Utility of H-type worker is also lower than in (a): $u_b^H=100-40<75$

Thus total surplus is lower than in (a), that is equilibrium from part (a) is preferred from efficiency point of view

High productive workers get education in this model because if they do not they will be treated as low productive and get utility of 50 instead of 100-50=60, that is the option of (a) is not affordable when firms treat education as a signal of productivity

(iii) Pooling equilibria should satisfy both participation and incentive compatibility constraints:

$$\begin{array}{l} 75-e\ge 50 \\ 75-5e/4\ge 50 \\ 75-e\ge 55 \\ 75-5e/4\ge 20 \end{array},\quad \begin{array}{l} 75-5e/4\ge 50 \\ 75-e\ge 55 \end{array},\quad 0\le e\le 20.$$

In all equilibria firms get the same (zero) expected profit but agents are better off with lower level of signaling. Thus Pareto superior pooling equilibrium corresponds to the lowest level $e = 20$.

Graph should be provided.

2. (a) With full insurance $U_t = \sqrt{100 - 75\gamma}$.

Without insurance $EU_t = p\sqrt{25} + (1-p)\sqrt{100} = 5p + 10(1-p) = 10 - 5p$

$U_L = \sqrt{100 - 75\gamma} \geq EU_L = 10 - 1 = 9$ iff $\gamma \leq (100 - 81)/75 = 19/75$

$U_H = \sqrt{100 - 75\gamma} \geq EU_H = 10 - 2 = 8$ iff $\gamma \leq (100 - 64)/75 = 36/75 = 12/25$

Demand at L market:

If $\gamma > 12/25, \quad z_{dL} = 0$,

If $\gamma = 12/25, \quad z_{dL} = [0, 75 \times 50]$,

If $\gamma < 12/25, \quad z_{dL} = 75 \times 50$

Supply at L market:

If $\gamma > 0.2, \quad z_{sL} \to \infty$,

If $\gamma = 0.2, \quad z_{sL} - any$,

If $\gamma < 0.2, \quad z_{sL} = 0$

Equilibrium at $\gamma_L = 0.2$.

Similarly $\gamma_H = 0.4$

(b) Under asymmetric we have one market instead of two

Market demand we get by summing up horizontally individual demands:

If $\gamma > 12/25, \quad z_d = 0$,

If $\gamma = 12/25, \quad z_d = [0, 75 \times 50]$,

If $19/75 < \gamma < 12/25, \quad z_d = 75 \times 50$,

If $\gamma = 19/75, \quad z_d = [75 \times 50, 75 \times 100]$,

If $\gamma < 19/75, \quad z_d = 75 \times 100$

Supply:

Firms maximize expected total profit. They expect only high-risk agents if the price is above 19/75≈0.253 and both types if the price is below.

Since we have equal number of high and low-risk agents insurance companies are willing to sell to both starting from the price equal to average probability of accident, that is at any $\gamma \geq (0.4+0.2)/2 = 0.3$ but this price exceeds 0.253. It means that insurance companies can expect only high-risk agents at price of 0.3 which results in negative expected profit. Thus no firm is willing to sell until price increases up to 0.4.

If $\gamma > 0.4, \quad z_s = \infty$, and at $\gamma = 0.4, \quad z_s - any$

If the price is below: $\gamma < 0.4$ then $z_s = 0$.

Equilibrium is at $\gamma = 0.4$, where only high-risk agents get insurance and $z = 75 \times 50$.

(c) It has no implications for the prices in part (a) since these prices are determined by the horizontal supply curves. Thus in part (a) prices are the same and every consumer gets full insurance .

(b) Market demand we get by summing up horizontally individual demands:

If $\gamma > 12/25, \quad z_d = 0$,

If $\gamma = 12/25, \quad z_d = [0, 75 \times 75]$,

If $19/75 < \gamma < 12/25, \quad z_d = 75 \times 75$,

If $\gamma = 19/75, \quad z_d = [75 \times 75, 75 \times 100]$,

If $\gamma < 19/75, \quad z_d = 75 \times 100$

Insurance companies still expect only high-risk agents if the price is above 19/75≈0.253 and both types if the price is below.

Since 75% of the potential policyholders are low risk agents firms are willing to sell to both groups at lower price: $\gamma \geq (0.4 \times 0.25 + 0.2 \times 0.75) = 0.25$ and this price is less than 0.253.

Thus if the price is below 0.25 the quantity supplied is 0 but if $\gamma = 0.25$ then firms are willing to supply any quantity of insurance. If the price increases above 0.25 but stays below 19/75 then profit becomes unlimited $z_s = \infty$.

When price increases above 19/75 only high-risk agents stay at the market and firms stop selling at prices below 0.4.

At $\gamma = 0.4, \quad z_s - any$ and at $\gamma > 0.4, \quad z_s = \infty$.

Finally we have two equilibria: one with adverse selection at $\gamma = 0.4$, where only high-risk agents purchase insurance and another equilibrium at $\gamma = 0.25$, where both low-risk and high-risk agents get full insurance.