

Тест	1	2	3	Итого

← для проверяющего!

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Ответы на тест:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

**Тест**

**Вопрос 1.** Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и имеют нормальное распределение с  $\mathbb{E}(X) = 0$ ,  $\text{Var}(X) = 1$ ,  $\mathbb{E}(Y) = 5$ ,  $\text{Var}(Y) = 4$ . Величина  $Z = 2X + Y$  имеет распределение

☐  $\mathcal{N}(5; 5)$

☐  $\chi_2^2$

☐  $F_{1,1}$

☐  $\mathcal{N}(5; 8)$

☐  $t_2$

☐ нет верного ответа

**Вопрос 2.** Оценка  $T_n = T(X_1, X_2, \dots, X_n)$  называется несмещённой оценкой параметра  $\theta$ , если

☐  $\mathbb{E}(T_n) = T_n$

☐  $\mathbb{E}(T_n) = 0$

☐  $T_n = 0$

☐  $\mathbb{E}(T_n) = \theta$

☐  $\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbb{P}(|T_n - \theta| > \varepsilon) = 0$  при  $\varepsilon > 0$

☐ нет верного ответа

**Вопрос 3.** Оценена регрессия  $\hat{Y} = 300 + 6W$ , где  $R^2 = 0.85$  и  $W_i = X_i/X_{i-1}$ .

Если объясняющая переменная будет выражена в процентах,  $\tilde{W}_i = 100(X_i - X_{i-1})/X_{i-1}$ , то результаты оценки регрессии примут вид

☐  $\hat{Y}_i = 3 + 6\tilde{W}_i, R^2 = 0.85$

☐  $\hat{Y}_i = 306 + 0.06\tilde{W}_i, R^2 = 0.85$

☐  $\hat{Y}_i = 300 + 6\tilde{W}_i, R^2 = 0.85$

☐  $\hat{Y}_i = 300 + 600\tilde{W}_i, R^2 = 0.85$

☐  $\hat{Y}_i = 300 + 6\tilde{W}_i, R^2 = 0.085$

☐ нет верного ответа

**Вопрос 4.** Оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов регрессии  $Y = X\beta + \varepsilon$  пропорциональна

☐  $(XX^T)^{-1}$

☐  $(X^T X)^{-1}$

☐  $X^T Y$

☐  $X^T X$

☐  $XX^T$

☐ нет верного ответа

**Вопрос 5.** Среди предпосылок теоремы Гаусса-Маркова фигурирует условие

- |  |   |  |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> A $E(Y_i) = 0$                                  | <input type="checkbox"/> C $E(\varepsilon_i) = 1$                     | <input type="checkbox"/> E $\text{Var}(\varepsilon_i) = 1$ |
| <input type="checkbox"/> B $\varepsilon_i \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$ | <input type="checkbox"/> D $\text{Var}(\varepsilon_i) = \text{const}$ | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа              |

**Вопрос 6.** Оценено уравнение парной регрессии  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ , причём МНК-оценка коэффициента  $\beta_1$  равна 5, а стандартная ошибка оценки равна 0.25.

Значение  $t$ -статистики для проверки гипотезы, что этот коэффициент равен 4, есть

- |                                 |                                 |   |
|---------------------------------|---------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A $-2$ | <input type="checkbox"/> C $-4$ | <input type="checkbox"/> E $20$               |
| <input type="checkbox"/> B $4$  | <input type="checkbox"/> D $2$  | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа |

**Вопрос 7.** Р-значение при проверке некоторой гипотезы  $H_0$  оказалось равно 0.002.

Гипотеза  $H_0$  не отвергается при уровне значимости

- |                                 |                               |   |
|---------------------------------|-------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A 10%  | <input type="checkbox"/> C 1% | <input type="checkbox"/> E всех перечисленных |
| <input type="checkbox"/> B 0.1% | <input type="checkbox"/> D 5% | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа |

**Вопрос 8.** Известно, что выборочный коэффициент корреляции между  $X$  и  $Y$  равен 0.25. В регрессии  $Y$  на константу и  $X$  коэффициент  $R^2$  равен

- |                                 |                                   |   |
|---------------------------------|-----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A 25   | <input type="checkbox"/> C 0.5    | <input type="checkbox"/> E $\sqrt{0.5}$       |
| <input type="checkbox"/> B 0.25 | <input type="checkbox"/> D 0.0625 | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа |

**Вопрос 9.** Исследователь оценил регрессию  $\hat{Y}_i = 90 + 3X_i$ . Если увеличить переменную  $X$  на 10%, а  $Y$  — на 10 единиц, то

- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> A оценка коэффициента $\beta_0$ уменьшится, а $\beta_1$ — увеличится | <input type="checkbox"/> D оценки коэффициентов $\beta_0, \beta_1$ уменьшатся |
| <input type="checkbox"/> B оценка коэффициента $\beta_0$ увеличится, а $\beta_1$ — уменьшится | <input type="checkbox"/> E оценки коэффициентов $\beta_0, \beta_1$ увеличатся |
| <input type="checkbox"/> C оценки коэффициентов $\beta_0, \beta_1$ не изменятся               | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа                                 |

**Вопрос 10.** Исследователь оценил регрессию  $\hat{Y}_i = \frac{30}{(0.1)} + \frac{6}{(0.5)} X_i$ , причём  $\sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 4$ . Все предпосылки теоремы Гаусса-Маркова выполнены.

В скобках приведены стандартные ошибки коэффициентов. Несмещённая оценка дисперсии ошибок регрессии равна

- |                                 |                                  |   |
|---------------------------------|----------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> A 0.25 | <input type="checkbox"/> C 1     | <input type="checkbox"/> E $2\sqrt{0.5}$      |
| <input type="checkbox"/> B 2    | <input type="checkbox"/> D 0.125 | <input type="checkbox"/> F нет верного ответа |

Фамилия, имя, номер группы:

.....

### Задачи

1. Найдите величины Q1, ..., Q10, пропущенные в таблицах:

Indicator	Value						
Multiple R	Q1	ANOVA	df	SS	MS	F	Significance F
$R^2$	Q2	Regression	Q4	42.9	42.9	923	0
Adjusted $R^2$	0.54	Residual	798	37.0	46		
Standart error	Q3	Total	799	Q5			
Observations	800						

  

	Coef.	St. error	t-stat	P-value	Lower 95%	Upper 95%
Intercept	-25.24	2.0	Q6	0	Q7	-21.31
totspar	1.7	Q8	30.4	0	Q9	Q10

2. Грета Тунберг оценила зависимость средней температуры на Земном шаре в градусах,  $Y_i$ , от количества своих постов в твиттере в соответствующий день,  $X_i$ , по 52 дням:

$$\hat{Y}_i = \underset{(1.24)}{-1.53} + \underset{(0.12)}{0.14}X_i, \text{ где } \sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 52.4 \text{ и } \bar{X} = 10$$

- Проверьте гипотезы о незначимости каждого коэффициента при уровне значимости  $\alpha = 0.01$ .
  - Проверьте гипотезу о равенстве углового коэффициента 2 при альтернативной гипотезе, что коэффициент больше 2 и уровне значимости  $\alpha = 0.01$ .
  - Найдите оценку дисперсии  $\varepsilon_i$  в модели  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ .
  - Постройте 95%-ый доверительный интервал для индивидуального прогноза  $Y$ , если  $X = 10$ .
3. Рассмотрим парную регрессию  $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ .
- Дайте определение коэффициента детерминации  $R^2$ .
  - В каких пределах может лежать  $R^2$  в указанной парной регрессии? Докажите сформулированное утверждение.
  - Как связан коэффициент  $R^2$  и выборочная корреляция зависимой переменной и регрессора? Докажите сформулированное утверждение.

Квантили распределения Стьюдента,  $t$ 

$\nu$	0.6	0.667	0.75	0.8	0.875	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999
1	0.325	0.577	1.000	1.376	2.414	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	318.31
2	0.289	0.500	0.816	1.061	1.604	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	22.327
3	0.277	0.476	0.765	0.978	1.423	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	10.215
4	0.271	0.464	0.741	0.941	1.344	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	7.173
5	0.267	0.457	0.727	0.920	1.301	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5.893
6	0.265	0.453	0.718	0.906	1.273	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	5.208
7	0.263	0.449	0.711	0.896	1.254	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	4.785
8	0.262	0.447	0.706	0.889	1.240	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	4.501
9	0.261	0.445	0.703	0.883	1.230	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	4.297
10	0.260	0.444	0.700	0.879	1.221	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	4.144
11	0.260	0.443	0.697	0.876	1.214	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	4.025
12	0.259	0.442	0.695	0.873	1.209	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.930
13	0.259	0.441	0.694	0.870	1.204	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.852
14	0.258	0.440	0.692	0.868	1.200	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.787
15	0.258	0.439	0.691	0.866	1.197	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.733
16	0.258	0.439	0.690	0.865	1.194	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.686
17	0.257	0.438	0.689	0.863	1.191	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.646
18	0.257	0.438	0.688	0.862	1.189	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.610
19	0.257	0.438	0.688	0.861	1.187	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.579
20	0.257	0.437	0.687	0.860	1.185	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.552
21	0.257	0.437	0.686	0.859	1.183	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.527
22	0.256	0.437	0.686	0.858	1.182	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.505
23	0.256	0.436	0.685	0.858	1.180	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.485
24	0.256	0.436	0.685	0.857	1.179	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.467
25	0.256	0.436	0.684	0.856	1.178	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.450
26	0.256	0.436	0.684	0.856	1.177	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.435
27	0.256	0.435	0.684	0.855	1.176	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.421
28	0.256	0.435	0.683	0.855	1.175	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.408
29	0.256	0.435	0.683	0.854	1.174	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.396
30	0.256	0.435	0.683	0.854	1.173	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.385
35	0.255	0.434	0.682	0.852	1.170	1.306	1.690	2.030	2.438	2.724	3.340
40	0.255	0.434	0.681	0.851	1.167	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	3.307
45	0.255	0.434	0.680	0.850	1.165	1.301	1.679	2.014	2.412	2.690	3.281
50	0.255	0.433	0.679	0.849	1.164	1.299	1.676	2.009	2.403	2.678	3.261
55	0.255	0.433	0.679	0.848	1.163	1.297	1.673	2.004	2.396	2.668	3.245
60	0.254	0.433	0.679	0.848	1.162	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	3.232
$\infty$	0.253	0.431	0.674	0.842	1.150	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090