

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 1. Рассмотрим модель множественной регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$, где $\hat{Y} = X\hat{\beta}$, $e = Y - \hat{Y}$. Величина RSS — это квадрат длины вектора

- ☐ A $\hat{Y} - \bar{Y}$
☐ C ε
☐ E $Y - \bar{Y}$
☐ B e
☐ D \hat{Y}

Вопрос 2. Крокодил Гена оценивает модель регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ с помощью МНК. Чебурашка получит такую же оценку коэффициента β_1 , если будет минимизировать

- ☐ A выборочную дисперсию объясняющей переменной
 ☐ C выборочную ковариацию регрессора и объясняемой переменной
 ☐ E выборочную дисперсию остатков
☐ B коэффициент детерминации
 ☐ D выборочную дисперсию

Вопрос 3. Чебурашка оценил модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, а Крокодил Гена — модель $X_i = \gamma_0 + \gamma_1 Y_i + u_i$. Оказалось, что $\hat{\gamma}_1 = 0.25/\hat{\beta}_1$. Величина R^2 в регрессии Чебурашки равна

- ☐ A 1
 ☐ C 0.75
 ☐ E 0.25
☐ B 0
 ☐ D 0.5

Вопрос 4. В модели $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ при выполненных предпосылках теоремы Гаусса-Маркова и нормальных ошибках тестовая статистика $(\hat{\beta}_1 - \beta_1)/se(\hat{\beta}_1)$ имеет распределение

- ☐ A t_{n-2}
☐ C χ_{n-2}^2
☐ E $\mathcal{N}(0; \sigma^2)$
☐ B $\mathcal{N}(0; 1)$
☐ D χ_1^2

Вопрос 5. Крокодил Гена оценил с помощью МНК зависимость $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Оказалось, что $\hat{\beta}_0 = 90$, а $\hat{\beta}_1 = 3$. Чебурашка увеличил переменные X и Y на 10% и снова оценил уравнение регрессии. В результате этой корректировки

- ☐ A оценка $\hat{\beta}_0$ увеличилась, а оценка $\hat{\beta}_1$ не изменилась
 ☐ C оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ увеличились
 ☐ E оценка $\hat{\beta}_0$ уменьшилась, а оценка $\hat{\beta}_1$ не изменилась
☐ B оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ не изменились
 ☐ D оценки $\hat{\beta}_0$ и $\hat{\beta}_1$ уменьшились

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Вопрос 6. В модели парной линейной регрессии со свободным членом $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$ несмещённой оценкой дисперсии оценки МНК $\hat{\beta}_1$ является

- ☐ A $\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / (n - 1)$
☐ C $RSS / (n - 2)$
☐ E $\sum (Y_i - \bar{Y})^2 / (n - 2)$
☐ B RSS / n
☐ D $RSS / ((n - 2) \sum_i (X_i - \bar{X})^2)$

Вопрос 7. Храбрый исследователь Вениамин оценил регрессию $\hat{Y}_i = 23 + 10X_i$, в скобках приведены стандартные ошибки. Доверительный интервал для свободного члена равен $[14; 32]$. Доверительный интервал для коэффициента наклона при том же уровне доверия будет равен

- ☐ A $[6.08; 13.92]$
☐ C $[5; 15]$
☐ E $[6.4; 13.6]$
☐ B $[6; 14]$
☐ D $[1; 19]$

Вопрос 8. По 20 наблюдениям Чебурашка оценил модель $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$. Известно, что $\sum X_i = -10$, $\sum X_i^2 = 40$, $\sum X_i Y_i = 10$, $\sum Y_i = 50$.

Сумма оценок МНК коэффициентов $\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1$ равна

- ☐ A 4
 ☐ C 3
 ☐ E 1
☐ B 5
 ☐ D 2

Вопрос 9. Распределение случайной величины X задано таблицей

x	0	1	2	3
$\mathbb{P}(X = x)$	$-b$	$0.5 - b$	$0.5 + b$	b

Вероятность $\mathbb{P}(X = 1)$ равна

- ☐ A 0.2
 ☐ C 0.5
 ☐ E 0.3
☐ B 0.4
 ☐ D 0

Вопрос 10. Оценки МНК вектора коэффициентов регрессии $Y = X\beta + \varepsilon$ находятся по формуле

- ☐ A $(XX')^{-1}X'Y$
☐ C $(X'X)^{-1}X'Y$
☐ E $(XX')^{-1}Y'X$
☐ B $X'Y(X'X)^{-1}$
☐ D $(X'X)^{-1}Y'X$

Тест	1	2	3	4	Итого

Фамилия, имя, номер группы:

1. (5 баллов) Случайные величины X и Y независимы и имеют хи-квадрат распределение с 5 и с 10 степенями свободы, соответственно. Случайная величина Z равна $Z = (X + Y)/X$.
Найдите значение z^* такое, что $\mathbb{P}(Z > z^*) = 0.05$.
2. (5 баллов) Докажите, что для модели парной регрессии $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$, оцененной с помощью МНК, выполнено равенство $\sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i$.
3. (5 баллов) Аккуратно сформулируйте теорему Гаусса-Маркова для случая парной регрессии.
4. (10 баллов) На основании 62 наблюдений Чебурашка оценил функцию спроса на апельсины:

$$\hat{Y}_i = \underset{(1.6)}{3} - \underset{(0.2)}{1.25} X_i, \text{ где } \sum_i (X_i - \bar{X})^2 = 2.25$$

В скобках приведены стандартные ошибки коэффициентов, случайные ошибки в регрессии можно считать нормальными.

- а) Проверьте гипотезы о значимости каждого из коэффициентов регрессии при уровне значимости 5%.
- б) Проверьте гипотезу о равенстве коэффициента наклона -1 при уровне значимости 5% и односторонней альтернативной гипотезе, что коэффициент наклона меньше -1.
- в) Найдите оценку дисперсии ошибок.
- г) Найдите 95% интервальный индивидуальный прогноз в точке $X = 8$.