

Эконометрика, 2020-2021, 1 модуль
Семинар 4
28.09.19

для
Группы Э_Б2018_Э_3
Семинарист О.А.Демидова

Задачи с семинара 3

Задача 10.. (Борзых Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, с. 13, задача 1.17)

Какие из указанных моделей можно представить в линейном виде?

1. $y_i = \beta_1 + \frac{\beta_2}{x_i} + \varepsilon_i$;
2. $y_i = \exp(\beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i)$;
3. $y_i = 1 + \frac{1}{\exp(\beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i)}$;
4. $y_i = \frac{1}{1 + \exp(\beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i)}$;
5. $y_i = x_i^{\beta_2} e^{\beta_1 + \varepsilon_i}$;
6. $y_i = \beta_1 \exp(\beta_2 x_i + \varepsilon_i)$.

Задача 11. (Борзых Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, с. 19, задача 2.4)

Пусть $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$ и $i = 1, \dots, 5$ – классическая регрессионная модель. Также имеются следующие данные: $\sum_{i=1}^5 y_i^2 = 55$, $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 3$, $\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 12$, $\sum_{i=1}^5 y_i = 15$, $\sum_{i=1}^5 x_i = 3$.

1. Найдите $\hat{\beta}_1$, $\hat{\beta}_2$, $\text{Cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2)$.
2. Найдите TSS , ESS , RSS , R^2 , σ^2 .

Новые задачи

Задача 1. (Демидова О.А., Малахов Д.И. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. М., «Юрайт», 2016, с.93, № 3.4)

Докажите, что $R^2 = \hat{r}_{XY}^2$, где \hat{r}_{XY} – выборочный коэффициент корреляции X и Y.

Задача 2. (Демидова О.А., Малахов Д.И. Учебник и практикум для прикладного бакалавриата. М., «Юрайт», 2016, с.93, № 3.5)

Докажите, что для регрессий

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X, \quad \hat{X} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 Y,$$

оцененных по одной и той же выборке $(X_1, Y_1), \dots, (X_n, Y_n)$, коэффициенты множественной детерминации R^2 совпадают, а оценки коэффициентов наклона связаны соотношением $\hat{\beta}_1 \hat{\alpha}_1 = R^2$.

Задача 3. (Борzych Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, с. 26, задача 2.6)

2.6 Рассмотрите классическую линейную регрессионную модель $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$. Найдите $E\hat{\beta}$. Какие из следующих оценок параметра β являются несмещёнными:

1. $\hat{\beta} = \frac{y_1}{x_1}$;
2. $\hat{\beta} = \frac{1}{2} \frac{y_1}{x_1} + \frac{1}{2} \frac{y_n}{x_n}$;
3. $\hat{\beta} = \frac{1}{n} \left(\frac{y_1}{x_1} + \dots + \frac{y_n}{x_n} \right)$;
4. $\hat{\beta} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$;
5. $\hat{\beta} = \frac{y_n - y_1}{x_n - x_1}$;
6. $\hat{\beta} = \frac{1}{2} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} + \frac{1}{2} \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}$;
7. $\hat{\beta} = \frac{1}{n} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} + \frac{1}{n} \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} + \dots + \frac{1}{n} \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}$;
8. $\hat{\beta} = \frac{1}{n-1} \left(\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} + \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2} + \dots + \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}} \right)$;

Задачи 4-5. (Борzych Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, с. 28, задачи 2.7, 2.8)

2.7 Рассмотрите классическую линейную регрессионную модель $y_i = \beta x_i + \varepsilon_i$. Найдите $\text{Var}(\hat{\beta})$.

1. $\hat{\beta} = \frac{y_1}{x_1}$;
2. $\hat{\beta} = \frac{1}{2} \frac{y_1}{x_1} + \frac{1}{2} \frac{y_n}{x_n}$;
3. $\hat{\beta} = \frac{1}{n} \left(\frac{y_1}{x_1} + \dots + \frac{y_n}{x_n} \right)$;
4. $\hat{\beta} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$;
5. $\hat{\beta} = \frac{y_n - y_1}{x_n - x_1}$;
6. $\hat{\beta} = \frac{1}{2} \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} + \frac{1}{2} \frac{y_n - y_{n-1}}{x_n - x_{n-1}}$;
7. $\hat{\beta} = \frac{x_1 y_1 + \dots + x_n y_n}{x_1^2 + \dots + x_n^2}$;
8. $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$;
9. $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\bar{y} - y_i)}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$;
10. $\hat{\beta} = \frac{y_1 + 2y_2 + \dots + ny_n}{x_1 + 2x_2 + \dots + nx_n}$;
11. $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n i(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n i(x_i - \bar{x})}$;
12. $\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{x_i}$;
13. $\hat{\beta} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{y_i - \bar{y}}{x_i - \bar{x}}$.

2.8 Рассмотрите классическую линейную регрессионную модель $y_i = \beta \cdot i + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, n$. Какая из оценок $\hat{\beta}$ и $\tilde{\beta}$ является более эффективной?

1. $\hat{\beta} = y_1$ и $\tilde{\beta} = y_2/2$;
2. $\hat{\beta} = y_1$ и $\tilde{\beta} = \frac{1}{2} y_1 + \frac{1}{2} \frac{y_2}{2}$;
3. $\hat{\beta} = \frac{1}{n} \left(\frac{y_1}{1} + \dots + \frac{y_n}{n} \right)$ и $\tilde{\beta} = \frac{1 \cdot y_1 + \dots + n \cdot y_n}{1^2 + \dots + n^2}$.

Задача 6.

Оценка модели САРМ по американским данным

В файле Berndt.xls представлены ряды данных в формате Excel о месячных доходностях акций компаний США, список которых приведен ниже, с января 1978 г. по декабрь 1987 г.

Данные были собраны Э.Берндтом и заимствованы с сайта издательства его книги «Практика эконометрики»: www.unity-dana.ru

Отрасль промышленности	Компания	Переменная
<i>Переработка нефти</i>	Mobil	MOBIL
	Texaco	TEXACO
<i>Вычислительная техника</i>	International Business Machines	IBM
	Digital Equipment Company	DEC
	Data General	DATGEN
<i>Производство электроэнергии</i>	Consolidated Edison	CONED

	Public Service of New Hampshire	PSNH
<i>Деревообрабатывающая промышленность</i>	Weyerhaeuser	WEYER
	Boise	BOISE
<i>Электронное оборудование</i>	Motorola	MOTOR
	Tandy	TANDY
<i>Авиакомпании</i>	Pan American Airways	PANAM
	Delta	DELTA
<i>Банки</i>	Continental Illinois	CONTIL
	Citicorp	CITICRP
<i>Пищевая промышленность</i>	Gerber	GERBER
	General Mills	GENMIL

Приведены также данные для доходности общего рыночного портфеля ценных бумаг (переменная MARKET) и доходности безрискового актива – 30- дневных казначейских билетов США (переменная RKFREE).

Используя модель CAPM

$$r_j - r_f = \alpha_j + \beta_j(r_m - r_f) + \varepsilon_j,$$

где r_j и r_f соответственно доходности j – ой ценной бумаги и безрискового актива, r_m - доходность общего рыночного портфеля ценных бумаг, ε_j - ошибки регрессии,

Предположим, Вы выбрали для исследования ценную бумагу Mobil.

- 1) В этом случае $r_j = MOBIL$, $r_f = RKFREE$, $r_m = MARKET$.
- 2) Создайте зависимую переменную $Y = r_j - r_f = Mobil - RKFREE$
- 3) Создайте независимую переменную $X = r_m - r_f = MARKET - RKFREE$
- 4) Вычислите дескриптивные статистики переменных Y, X.
- 5) Оцените параметры уравнения регрессии $Y_j = \alpha + \beta_j X + \varepsilon$.