

**Эконометрика, 2020-2021, 2 модуль**  
**Семинары 1-2**  
**26.10.20, 02.11.20**

для  
**Группы Э\_Б2018\_ЭЗ**  
**Семинарист О.А.Демидова**

1. При исследовании факторов, определяющих экономический рост, по 70 странам было получено уравнение регрессии (в скобках указаны стандартные отклонения):

$$\hat{G} = 1.5 - 0.5P + 0.2S + 12I - 0.4D + 5In, R^2 = 0.6.$$

(0.1)      (0.042)      (3)      (0.5)      (3,1)

где G – темпы экономического роста, P – среднедушевой ВВП, S – бюджетный дефицит, I – объем инвестиций, D – внешний долг, In – уровень инфляции.

Проверить адекватность модели.

Согласно этой модели, при уровне значимости 5% можно утверждать, что темпы экономического роста зависят от

- 1) среднедушевого ВВП 2) бюджетного дефицита 3) объема инвестиций  
4) внешнего долга 5) уровня инфляции

2. Оценка спроса на цейлонский чай в США с помощью регрессии

$$\ln Q = \beta_0 + \beta_1 \ln P_C + \beta_2 \ln P_I + \beta_3 \ln P_B + \beta_4 \ln Y + u,$$

где Q – спрос на цейлонский чай, P<sub>I</sub> – цена индийского чая, P<sub>C</sub> – цена цейлонского чая, P<sub>B</sub> – цена бразильского кофе, Y – располагаемый доход (в скобках указаны стандартные отклонения), по 22 наблюдениям дала следующий результат:

$$\hat{\ln Q} = 2.837 - 1.481 \ln P_C + 1.181 \ln P_I + 0.186 \ln P_B + 0.257 \ln Y, \quad RSS = 0.4277$$

(2)      (0.987)      (0.69)      (0.37)      (0.37)

Эта модель была также оценена при ограничениях  $\beta_1 = -1$ ,  $\beta_2 = 0$  и получено:

$$\ln Q \hat{=} \ln P_C = -0.738 + 0.199 \ln P_B + 0.261 \ln Y, \quad RSS = 0.6788$$

(0.82)      (0.155)      (0.165)

Проверить гипотезу  $\beta_1 = -1$ ,  $\beta_2 = 0$  и дать экономическую интерпретацию полученным результатам.

3. По данным для 27 фирм оценили производственную функцию с помощью трех моделей:

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln L + \beta_2 \ln K + u \quad (1)$$

$$\ln Y = \beta_0 + \beta_1 \ln(LK) + u \quad (2)$$

$$\ln Y / K = \beta_0 + \beta_1 \ln L / K + u \quad (3)$$

Суммы квадратов остатков для оцененных функций регрессий (1), (2), (3) оказались соответственно равны

$$RSS_1 = 8.51, \quad RSS_2 = 8.94, \quad RSS_3 = 9.01,$$

Объяснить, почему вторая и третья модели являются ограниченными версиями первой, выписать соответствующие ограничения на коэффициенты регрессии (1) и проверить их выполнение.

4. а) Изучая зависимость длительности обучения 540 индивида S от его способностей ASVABC, характеризующихся результатами трех тестов (см. п.в), длительности обучения матери индивида SM, длительности обучения отца индивида SF, исследователь получил следующие функции регрессии (в скобках указаны стандартные отклонения):

$$\hat{S} = \underset{(0.52)}{5} + \underset{(0.0099)}{0.115} ASVABC + \underset{(0.039)}{0.12} SM + \underset{(0.029)}{0.1} SF, \text{RSS} = 2100.646, R^2 = 0.336$$

$$\hat{S} = \underset{(0.48)}{6.5} + \underset{(0.009)}{0.14} ASVABC, \text{RSS} = 2267.587$$

Исходя из полученных результатов, можно ли считать, что длительность обучения индивида зависит только от его способностей?

- б) Была оценена также регрессия

$$S = \underset{(0.502)}{5.22} + \underset{(0.0099)}{0.115} ASVABC + \underset{(0.016)}{0.109}(SM + SF), \text{RSS} = 2100.962.$$

Исходя из полученного результата, можно ли считать, что родители в равной степени влияют на длительность обучения индивида?

- в) Значения переменной, характеризующей способности индивида, рассчитывались следующим образом:  $ASVABC = 0.5ASVAB2 + 0.25ASVAB3 + 0.25ASVAB4$ , где

ASVAB2 – результаты теста по арифметике,

ASVAB3 – результаты теста по правописанию,

ASVAB4 – результаты теста по пониманию прочитанного материала.

Исследователь оценил также регрессию

$$S = \underset{(0.54)}{4.75} + \underset{(0.012)}{0.088} ASVAB2 + \underset{(0.015)}{0.035} ASVAB3 - \underset{(0.013)}{0.0013} ASVAB4 + \underset{(0.039)}{0.12} SM + \underset{(0.029)}{0.1} SF, \text{RSS} = 0.352$$

Исходя из полученных результатов, можно ли считать, что веса в переменной ASVABC выбраны правильно?

5. С помощью модели  $\ln Y = \beta_1 + \beta_2 \ln L + \beta_3 \ln K + u$

по данным для 30 фирм была оценена зависимость выпуска Y от труда L и капитала K:

$$\ln Y = \underset{(0.3)}{1.2} + \underset{(0.12)}{0.6} \ln L + \underset{(0.08)}{0.4} \ln K, \quad F\text{-statistic} = 200.24$$

В скобках указаны значения стандартных ошибок. На уровне значимости 5 % отвергаются гипотезы

- 1)  $H_0: \beta_2 = 0$     2)  $H_0: \beta_3 = 0$     3)  $H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$     4)  $H_0: \beta_2 = 0.5$     5)  $H_0: \beta_3 = 0.5$

6. Оценка производственной функции Кобба - Дугласа с помощью модели

$$\ln Q = \beta_0 I + \beta_1 \ln K + \beta_2 \ln L + \varepsilon,$$

где Q – выпуск, K- капитал, L – труд,

по 40 наблюдениям дала следующие результаты (в скобках указаны стандартные ошибки коэффициентов регрессии):

$$\ln \hat{Q} = \underset{(0.257)}{1.37} + \underset{(0.219)}{0.632} \ln K + 0.452 \ln L, \quad R^2 = 0.98, \quad \text{cov}(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -0.044$$

На уровне значимости 5% проверить гипотезы

- а) о равенстве эластичностей по труду и капиталу,  
б) о постоянной отдаче от масштаба

7. По 29 наблюдениям по модели

$$\ln Y = \beta_0 I + \beta_1 \ln P_1 + \beta_2 \ln P_2 + \beta_3 \ln P_3 + \varepsilon$$

оценили функцию спроса на яблоки, где

Y - спрос на яблоки,  $P_1$  - цена яблок,  $P_2$  - цена апельсинов,  $P_3$  - цена бананов.

Были получены следующие результаты:

$$\ln \hat{Y} = 14 - 5 \ln P_1 + 2.4 \ln P_2 + 2 \ln P_3,$$

оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов регрессии имеет вид:

$$\text{var}(\hat{\beta}) = 0.01 \begin{pmatrix} 1 & 0.1 & 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 2 & 0.5 & 0.7 \\ 0.2 & 0.5 & 3 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 & 0.6 & 4 \end{pmatrix}$$

На уровне значимости 5% проверить гипотезу о том, что спрос на яблоки не изменится, если все цены вырастут в одинаковое число раз.

8. По 29 наблюдениям оценена регрессия

$$\hat{Y} = 4 + 0.4X_1 + 0.9X_2, \quad R^2 = \frac{2}{15},$$

$$\text{причем } X'X = \begin{pmatrix} 29 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 \\ 0 & 10 & 80 \end{pmatrix}, \quad RSS = 520.$$

Проверить гипотезу, что сумма коэффициентов наклона равна 1.

9. (Борzych Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, задача 3.1)

Эконометресса Ширли зашла в пустую аудиторию, где царил приятный полумрак, и увидела на доске до боли знакомую надпись:

$$\hat{y} = \underset{(2.37)}{1.1} - \underset{(-0.4)}{0.7} \cdot x_2 + \underset{(3.15)}{0.9} \cdot x_3 - \underset{(-0.67)}{19} \cdot x_4$$

Помогите эконометрессе Ширли определить, что находится в скобках:

1.  $P$ -значения;
2.  $t$ -статистики;
3. стандартные ошибки коэффициентов;
4.  $R^2$ , скорректированный на номер коэффициента;
5. показатели  $VIF$  для каждого коэффициента.

10. (Борzych Д.А., Демешев Б.Б., Эконометрика в задачах и упражнениях, Издание 2, URSS, 2017, задача 3.28)

Пусть задана линейная регрессионная модель:

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 z_i + \beta_4 w_i + \beta_5 q_i + \varepsilon_i, i = 1, \dots, 20$$

По имеющимся данным оценены следующие регрессии:

$$\hat{y}_i = \underset{(se)}{10.01} + \underset{(0.15)}{1.05} x_i + \underset{(0.06)}{2.06} z_i + \underset{(0.04)}{0.49} w_i - \underset{(0.06)}{1.31} q_i, RSS = 6.85$$

$$\hat{y}_i - \underset{(se)}{\widehat{x_i - 2z_i}} = \underset{(0.15)}{10.00} + \underset{(0.07)}{0.50} w_i - \underset{(0.06)}{1.32} q_i, RSS = 8.31$$

$$\hat{y}_i + \underset{(se)}{\widehat{x_i + 2z_i}} = \underset{(3.62)}{9.93} + \underset{(1.48)}{0.56} w_i - \underset{(1.42)}{1.50} q_i, RSS = 4310.62$$

$$\hat{y}_i - \underset{(se)}{\widehat{x_i + 2z_i}} = \underset{(3.26)}{10.71} + \underset{(1.33)}{0.09} w_i - \underset{(1.28)}{1.28} q_i, RSS = 3496.85$$

$$\hat{y}_i + \underset{(se)}{\widehat{x_i - 2z_i}} = \underset{(1.25)}{9.22} + \underset{(0.51)}{0.97} w_i - \underset{(0.49)}{1.54} q_i, RSS = 516.23$$

На уровне значимости 5% проверьте гипотезу  $H_0 : \begin{cases} \beta_2 = 1 \\ \beta_3 = 2 \end{cases}$  против альтернативной гипотезы  $H_a : |\beta_2 - 1| + |\beta_3 - 2| \neq 0$ .

## Зависимость длительности обучения индивида от его способностей и длительности обучения родителей

Для выполнения приведенных ниже упражнений используются данные файла Dougherty.dta.

### 1.1 Проверка гипотезы об адекватности модели

Переменные:

S – длительность обучения индивида, SM - длительность обучения мамы индивида, SF – длительность обучения отца индивида, ASVABC – обобщенный показатель способностей индивида, рассчитанный по результатам тестов.

1) Оцените параметры уравнения множественной регрессии  $S = \beta_1 + \beta_2 ASVABC + \beta_3 SM + \beta_4 SF + \varepsilon$

2) Сформулируйте гипотезу об адекватности регрессии. Является ли построенная регрессия адекватной?

3) Дайте экономическую интерпретацию полученным результатам.

### 1.2 Зависимость длительности обучения индивида от его способностей

1) Влияет ли на длительности обучения индивидуума длительность обучения его родителей (или только его способности)? Для ответа на этот вопрос оцените параметры уравнения множественной регрессии

$$S = \beta_1 + \beta_2 ASVABC + \beta_3 SM + \beta_4 SF + \varepsilon.$$

2) Проверьте гипотезу об одновременном равенстве коэффициентов  $\beta_3$  и  $\beta_4$  нулю:

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4 = 0$$

при альтернативной гипотезе

$$H_1 : \beta_3^2 + \beta_4^2 \neq 0.$$

### 1.3 В равной ли степени родители влияют на длительность обучения индивида?

Для ответа на этот вопрос проверьте гипотезу о равенстве коэффициентов  $\beta_3$  и  $\beta_4$  в предыдущей модели:

$$H_0 : \beta_3 = \beta_4$$

при альтернативной гипотезе

$$H_1 : \beta_3 \neq \beta_4$$

### 1.4 Правильно ли выбраны веса в показателе, характеризующем способности индивида?

Значения переменной, характеризующей способности индивида, рассчитывались следующим образом:  $ASVABC = 0.5ASVAB02 + 0.25ASVAB03 + 0.25ASVAB04$ , где

ASVAB02 – результаты теста по арифметике,

ASVAB03 – результаты теста по правописанию,

ASVAB04 – результаты теста по пониманию прочитанного материала.

Оценив параметры уравнения множественной регрессии

$$S = \beta_1 + \beta_2 ASVAB0_2 + \beta_3 ASVAB0_3 + \beta_4 ASVAB0_4 + \beta_5 SM + \beta_6 SF + \varepsilon,$$

проверьте, правильно ли были выбраны веса в переменной ASVABC?

Для этого проверьте гипотезу:

$$H_0 : \beta_2 = 2\beta_3 = 2\beta_4$$

при альтернативной гипотезе

$H_1$ : гипотеза  $H_0$  не имеет места.

#### **Методические рекомендации по выполнению упражнения 1**

Воспользуйтесь соответствующими указаниями в разделе «Оценка регрессий в пакете STATA»

1) Наберите в командном окне

**reg S ASVABC SM SF**

Найдите в появившейся таблице F-статистику, сравните p-value для F-статистики с выбранным уровнем значимости. Если p-value меньше выбранного уровня значимости, например, 0.05, то регрессия является адекватной.

2) Для проверки гипотезы о равенстве коэффициентов при переменных  $SM$  и  $SF$  одновременно 0 в командном окне следует набрать:

***test SM SF***

и сделать вывод с помощью  $p$ -value для  $F$ -статистики. Если  $p$ -value меньше выбранного уровня значимости, то гипотеза  $H_0$  отвергается.

3) Гипотеза о равенстве коэффициентов при переменных  $SM$  и  $SF$  может быть проверена аналогично предыдущей, только в последнем окне следует набрать команду

***test (SM= SF)***

4) Оцените регрессию, набрав в командном окне

***reg S ASVAB02 ASVAB03 ASVAB04 SM SF***

Гипотеза о правильности выбора весов может быть проверена с помощью команды  
***test (ASVAB02=2\*ASVAB03) (ASVAB03= ASVAB04)***

Проделайте то же самое упражнение в R-studio, используя данные файла Dougherty.csv.