NATIONAL RESEARCH UNIVERSITY

Лекция по эконометрике №7, 3 модуль

Системы одновременных уравнений -1

Демидова Ольга Анатольевна
https://www.hse.ru/staff/demidova_olga
E-mail:demidova@hse.ru
22.02.2021

План лекции

1) Проблемы, возникающие при оценке систем уравнений на примерах
2) Общий вид системы одновременных уравнений
3) Условие порядка и условие ранга
4) Способы оценки параметров системы одновременных уравнений
5) Пример проверки условия порядка и условия ранга

Примеры систем линейных уравнений

Пр.1. q_t – спрос (в отклонениях от среднего),

p_t – цена (в отклонениях от среднего),

in_t – доход (в отклонениях от среднего).

Система в равновесии:

$$\begin{cases} q_t = \alpha p_t + \varepsilon_t - \text{уравнение} \quad \text{предложения} \quad (1), \\ q_t = \beta p_t + \gamma in_t + u_t - \text{уравнение} \quad \text{спроса} \quad (2) \end{cases}$$

Примеры систем линейных уравнений

Разрешим систему.

(1) = (2) <=>

$$p_t = \frac{\gamma}{\alpha - \beta} in_t + \frac{u_t - \varepsilon_t}{\alpha - \beta}$$

$\Rightarrow$ в (1) $\operatorname{cov}(p_t, \varepsilon_t) \neq 0 \Rightarrow$

его нельзя оценивать с помощью МНК.

Аналогичная проблема для уравнения (2).

Примеры систем линейных уравнений

$$\begin{cases} q_t = \alpha p_t + \varepsilon_t - \text{уравнение предложения} \quad (1), \\ q_t = \beta p_t + \gamma in_t + \varepsilon_t - \text{уравнение } спроса \quad (2). \end{cases}$$

(1),(2) – структурная форма системы уравнений.

$$\begin{cases} q_t = \dfrac{\alpha\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{\alpha u_t - \beta\varepsilon_t}{\alpha-\beta}, \quad (3) \\ p_t = \dfrac{\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{u_t - \varepsilon_t}{\alpha-\beta}, \quad (4) \end{cases}$$

(3),(4) – приведенная форма системы уравнений.

Примеры систем линейных уравнений

$$\begin{cases} q_t = \dfrac{\alpha\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{\alpha u_t - \beta\varepsilon_t}{\alpha-\beta}, \quad (3) \\[2ex] p_t = \dfrac{\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{u_t - \varepsilon_t}{\alpha-\beta}, \quad (4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} q_t = \pi_1 in_t + \nu_1, \quad (3) \\ p_t = \pi_2 in_t + \nu_2, \quad (4) \end{cases}$$

Примеры систем линейных уравнений

$$\begin{cases} q_t = \dfrac{\alpha\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{\alpha u_t - \beta\varepsilon_t}{\alpha-\beta}, & (3) \\ p_t = \dfrac{\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{u_t - \varepsilon_t}{\alpha-\beta}, & (4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} q_t = \pi_1 in_t + \nu_1, & (3) \\ p_t = \pi_2 in_t + \nu_2, & (4) \end{cases}$$

$$\pi_1 = \frac{\alpha\gamma}{\alpha-\beta}, \quad \pi_2 = \frac{\gamma}{\alpha-\beta}$$

$\Rightarrow \hat{\alpha} = \dfrac{\hat{\pi}_1}{\hat{\pi}_2}$, т.е. можно оценить α из уравнения (1)

Это оценка ILS (Indirect Least Squares).

Примеры систем линейных уравнений

$$\begin{cases} q_t = \dfrac{\alpha\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{\alpha u_t - \beta\varepsilon_t}{\alpha-\beta}, & (3) \\ p_t = \dfrac{\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{u_t - \varepsilon_t}{\alpha-\beta}, & (4) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} q_t = \pi_1 in_t + v_1, & (3) \\ p_t = \pi_2 in_t + v_2, & (4) \end{cases}$$

$$\pi_1 = \frac{\alpha\gamma}{\alpha-\beta}, \quad \pi_2 = \frac{\gamma}{\alpha-\beta}$$

$\Rightarrow \hat{\alpha} = \dfrac{\hat{\pi}_1}{\hat{\pi}_2}$, т.е. можно оценить α из уравнения (1)

Это оценка ILS (Indirect Least Squares).

Примеры систем линейных уравнений

$$\begin{cases} q_t = \pi_1 in_t + \nu_{1t}, & (3) \\ p_t = \pi_2 in_t + \nu_{2t}, & (4) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \hat{\alpha}_{ILS} = \frac{\hat{\pi}_1}{\hat{\pi}_2}.$$

$$\hat{\pi}_1 = \frac{q' \cdot in}{in' \cdot in}, \quad \hat{\pi}_2 = \frac{p' \cdot in}{in' \cdot in} \Rightarrow$$

$$\hat{\alpha}_{ILS} = \frac{q' \cdot in}{p' \cdot in}$$

Примеры систем линейных уравнений

$$\hat{\alpha}_{ILS} = \frac{q' \cdot in}{p' \cdot in}$$

Эту оценку можно получить по−другому. С помощью использования инструментальной переменной в уравнении (1).

$$\begin{cases} q_t = \alpha p_t + \varepsilon_t - \text{уравнение предложения (1)}, \\ q_t = \beta p_t + \gamma in_t + u_t - \text{уравнение } \textit{спроса} \text{ (2)}. \end{cases}$$

$in-$ инструмент для p, так как не коррелирует с ε и коррелирует с p (ссм ниже).

$$p_t = \frac{\gamma}{\alpha - \beta} in_t + \frac{u_t - \varepsilon_t}{\alpha - \beta}, \quad (4)$$

$$\hat{\alpha}_{IV} = \frac{q' \cdot in}{p' \cdot in} = \hat{\alpha}_{ILS} \text{ !!!}$$

Примеры систем линейных уравнений

Пр.2. q_t – спрос (в отклонениях от среднего),

p_t – цена (в отклонениях от среднего),

in_t – доход (в отклонениях от среднего),

r_t – процентная ставка (в отклонениях от среднего).

$$\begin{cases} q_t = \alpha p_t + \varepsilon_t - \text{уравнение} \quad \text{предложения} \quad (1), \\ q_t = \beta p_t + \gamma in_t + \delta r_t + u_t - \text{уравнение} \quad \textit{спроса} \quad (2). \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_t = \dfrac{\alpha\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{\alpha\delta}{\alpha-\beta} r_t + \dfrac{\alpha u_t - \beta\varepsilon_t}{\alpha-\beta}, \quad (3) \\ p_t = \dfrac{\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{\delta}{\alpha-\beta} r_t + \dfrac{u_t - \varepsilon_t}{\alpha-\beta}, \quad (4) \end{cases}$$

Примеры систем линейных уравнений

$$\begin{cases} q_t = \dfrac{\alpha\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{\alpha\delta}{\alpha-\beta} r_t + \dfrac{\alpha u_t - \beta\varepsilon_t}{\alpha-\beta}, & (3) \\ p_t = \dfrac{\gamma}{\alpha-\beta} in_t + \dfrac{\delta}{\alpha-\beta} r_t + \dfrac{u_t - \varepsilon_t}{\alpha-\beta}, & (4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} q_t = \pi_{11} in_t + \pi_{12} r_t + \nu_{1t}, \\ p_t = \pi_{21} in_t + \pi_{22} r_t + \nu_{2t}, \end{cases}$$

$$\pi_{11} = \frac{\alpha\gamma}{\alpha-\beta}, \quad \pi_{12} = \frac{\alpha\delta}{\alpha-\beta},$$

$$\pi_{21} = \frac{\gamma}{\alpha-\beta}, \quad \pi_{22} = \frac{\delta}{\alpha-\beta}$$

Примеры систем линейных уравнений

$$\pi_{11} = \frac{\alpha\gamma}{\alpha - \beta}, \quad \pi_{12} = \frac{\alpha\delta}{\alpha - \beta},$$

$$\pi_{21} = \frac{\gamma}{\alpha - \beta}, \quad \pi_{22} = \frac{\delta}{\alpha - \beta}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{\pi}_{11}}{\hat{\pi}_{21}} \quad \text{или} \quad \hat{\alpha} = \frac{\hat{\pi}_{12}}{\hat{\pi}_{22}} ???$$

Общий случай системы одновременных уравнений

В структурной форме модели необходимо заранее разделить все переменные на

эндогенные $Y_1, \ldots, Y_m$ и

Экзогенные $X_1, \ldots, X_k$ (среди них могут быть лаги Y – в).

Эндогенных переменных столько же, сколько уравнений.

Общий случай системы одновременных уравнений

Структурная форма системы уравнений

$$\begin{cases} \beta_{11}Y_{1t} + \beta_{12}Y_{2t} + \ldots + \beta_{1m}Y_{mt} + \gamma_{11}X_{1t} + \ldots + \gamma_{1k}X_{kt} = \varepsilon_{1t} \\ \beta_{21}Y_{1t} + \beta_{22}Y_{2t} + \ldots + \beta_{2m}Y_{mt} + \gamma_{21}X_{1t} + \ldots + \gamma_{2k}X_{kt} = \varepsilon_{2t} \\ \vdots \\ \beta_{m1}Y_{1t} + \beta_{m2}Y_{2t} + \ldots + \beta_{mm}Y_{mt} + \gamma_{m1}X_{1t} + \ldots + \gamma_{mk}X_{kt} = \varepsilon_{mt} \end{cases}$$

Общий случай системы одновременных уравнений

Введение необходимых обозначений для перехода к матричной форме.

$$Y_t = \begin{pmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \\ \vdots \\ Y_{mt} \end{pmatrix}, \dots, X_t = \begin{pmatrix} X_{1t} \\ X_{2t} \\ \vdots \\ X_{kt} \end{pmatrix}, \quad \varepsilon_t = \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \vdots \\ \varepsilon_{mt} \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1m} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & & \beta_{2m} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \beta_{m1} & \beta_{m2} & \cdots & \beta_{mm} \end{pmatrix}, \quad \Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1k} \\ \gamma_{21} & \lambda_{22} & & \gamma_{2k} \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \cdots & \gamma_{mk} \end{pmatrix}$$

Общий случай системы одновременных уравнений

Матричная структурная и приведенная форма.

$BY_t + \Gamma X_t = \varepsilon_t -$ структурная форма,

$Y_t = -B^{-1}\Gamma X_t + B^{-1}\varepsilon_t, \quad \Pi = -B^{-1}\Gamma,$

$Y_t = \Pi X_t + \nu_t -$ приведенная форма.

В B и Г - коэффициенты структурной формы, их $m^2 - m + mk$.

$-m, \quad$ т.к. $\quad \beta_{11} = \beta_{22} = \ldots = \beta_{\mathrm{mm}} = 1.$

А в приведенной форме mk коэффициентов.
В общем случае система не идентифицируема.

Общий случай системы одновременных уравнений

Проблемы идентификации коэффициентов структурной формы.

$BY_t + \Gamma X_t = \varepsilon_t$ – структурная форма,

$Y_t = \Pi X_t + \nu_t$ – приведенная форма.

В приведенной форме mk коэффициентов.
В общем случае исходная система не идентифицируема.

Но если на коэффициенты структурной формы наложены дополнительные ограничения например, много нулей), то иногда можно оценить коэффициенты структурной формы.

Вопросы идентификации одного уравнения

Предположим, что некоторые структурные коэффициенты равны 0, т.е. соответствующие переменные исключены из уравнения. Пусть в 1-м уравнении q коэффициентов при эндогенных переменных и p коэффициентов при экзогенных переменных не равны 0 *(иначе перенумеруем эти* переменные).

$$\beta_{11}Y_{1t} + \beta_{12}Y_{2t} + \ldots + \beta_{1m}Y_{mt} + \gamma_{11}X_{1t} + \ldots + \gamma_{1k}X_{kt} = \varepsilon_{1t}$$

$$\beta_{11}Y_{1t} + \ldots + \beta_{1q}Y_{qt} + 0 + \ldots + \gamma_{11}X_{1t} + \ldots + \gamma_{1p}X_{pt} + \ldots 0 = \varepsilon_{1t}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$(\beta_{11} \ldots \beta_{1q} 0 \ldots 0)\begin{pmatrix} Y_{1t} \\ \vdots \\ Y_{qt} \\ \vdots \\ Y_{mt} \end{pmatrix} + (\gamma_{11} \ldots \gamma_{1p} 0 \ldots 0)\begin{pmatrix} X_{1t} \\ \vdots \\ X_{pt} \\ \vdots \\ X_{kt} \end{pmatrix} = \varepsilon_{1t} \qquad (5)$$

Вопросы идентификации одного уравнения

$$(\beta_{11}\dots\beta_{1q}\,0\dots0)\begin{pmatrix} Y_{1t}\\ \vdots \\ Y_{qt} \\ \vdots \\ Y_{mt}\end{pmatrix} + (\gamma_{11}\dots\gamma_{1p}\,0\dots0)\begin{pmatrix} X_{1t}\\ \vdots \\ X_{pt} \\ \vdots \\ X_{kt}\end{pmatrix} = \varepsilon_{1t} \qquad (5)$$

Пусть $\quad \mathrm{Y}_{*\mathrm{t}} = \begin{pmatrix} Y_{1t}\\ \vdots \\ Y_{qt}\end{pmatrix}, \quad \mathrm{Y}_{**\mathrm{t}} = \begin{pmatrix} Y_{(q+1)t}\\ \vdots \\ Y_{mt}\end{pmatrix},$

$$X_{xt} = \begin{pmatrix} X_{1t}\\ \vdots \\ X_{pt}\end{pmatrix}, \quad X_{xxt} = \begin{pmatrix} X_{(p+1)t}\\ \vdots \\ X_{kt}\end{pmatrix},$$

$$\beta_* = (\beta_{11}\dots\beta_{1q})', \quad \gamma_x = (\gamma_{11}\dots\gamma_{1p})'.$$

Вопросы идентификации одного уравнения

$$(\beta_{11}\dots\beta_{1q}0\dots0)\begin{pmatrix} Y_{1t} \\ \vdots \\ Y_{qt} \\ \vdots \\ Y_{mt} \end{pmatrix} + (\gamma_{11}\dots\gamma_{1p}0\dots0)\begin{pmatrix} X_{1t} \\ \vdots \\ X_{pt} \\ \vdots \\ X_{kt} \end{pmatrix} = \varepsilon_{1t} \qquad (5)$$

$\Leftrightarrow$

$$\beta_*^{'}Y_{*_t} + \gamma_x^{'}X_{xt} = \varepsilon_{1t}.$$

Вопросы идентификации одного уравнения

Перепишем уравнение $Y_t = \Pi X_t + \nu_t$

в соответствии с этим разбиением.

$$\Pi = \begin{pmatrix} \Pi_{*x} & \Pi_{*xx} \\ \Pi_{**x} & \Pi_{**xx} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} Y_{*t} \\ Y_{**t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_{*x} & \Pi_{*xx} \\ \Pi_{**x} & \Pi_{**xx} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{xt} \\ X_{xxt} \end{pmatrix} + \nu_t .$$

Вопросы идентификации одного уравнения

$$\Pi = -B^{-1}\Gamma,$$

$$B\Pi = -\Gamma \Rightarrow$$

Для $1^{\text{ой}}$ *строки получаем* :

$$(\beta_*^{'}\ 0_{m-q})\begin{pmatrix} \Pi_{*\mathrm{x}} & \Pi_{*\mathrm{xx}} \\ \Pi_{**\mathrm{x}} & \Pi_{**\mathrm{xx}} \end{pmatrix} = -(\gamma_x^{'} \quad 0_{k-p})$$

$$\begin{pmatrix} Y_{*t} \\ Y_{**t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Pi_{*\mathrm{x}} & \Pi_{*\mathrm{xx}} \\ \Pi_{**\mathrm{x}} & \Pi_{**\mathrm{xx}} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} X_{xt} \\ X_{xxt} \end{pmatrix} + \nu_t.$$

Вопросы идентификации одного уравнения

$$\beta_*^{'}\Pi_{*\mathrm{x}} = -\gamma_x^{'} \quad (1^*)$$

$$\beta_*^{'}\Pi_{*\mathrm{xx}} = 0_{k-p}^{'} \quad (2^*)$$

(2*) – система из (k - p) уравнений с (q - 1) переменными (-1, так как один из элементов $\beta_*^{'}$ *равен* 0).

Условие порядка идентификации одного уравнения

$$k - p \geq q - 1 \quad \Leftrightarrow$$

Число включенных в уравнение эндогенных переменных – 1 не превышает (т.е. ≤) числа исключенных из этого уравнения экзогенных переменных.

Это условие порядка для идентификации уравнения (необходимое условие идентификации).

Равносильно: число Y - в, для которых нужны инструменты, не меньше числа исключенных из уравнения X-в, которые могут служить инструментами.

Условие порядка идентификации одного уравнения

$$k - p \geq q - 1 \quad \Leftrightarrow$$

$$(k - p) + (m - q) \geq m - 1$$

Число исключенных из уравнения экзогенных переменных + число исключенных их уравнения эндогенных переменных ≥ число уравнений – 1.

Или

Число нулевых коэффициентов в уравнении ≥ число уравнений – 1.

Это условие порядка легко проверить.

Условие ранга идентификации одного уравнения

$$\beta_*^{'}\Pi_{*xx} = 0_{k-p}^{'} \quad (2^*)$$

Чтобы эта система имела решение,

необходимо и достаточно:

$$\mathrm{rank}\Pi_{*xx} = q - 1$$

Это условие ранга.

(необходимое и достаточное условие идентификации).

Проверка условия ранга

$$\operatorname{rank}\Pi_{*xx} = q - 1$$

Существует более простое для проверки условие ранга для 1-го уравнения (см пример далее).

Виды уравнений

•Если для уравнения выполняются условия порядка и ранга, причем условие порядка со знаком = , т.е. K-p = q-1, то это уравнение является точно идентифицируемым.

•Если для уравнения выполняются условия порядка и ранга, причем условие порядка со знаком > , т.е. K-p > q-1, то это уравнение является сверхидентифицируемым.

•Если для уравнения не выполняется условие порядка или условие ранга, то это уравнение называется не идентифицируемым.

Способы оценки систем одновременных уравнений

- Если все уравнения точно идентифицируемы, то применяется косвенный метод наименьших квадратов. Оцениваются уравнения приведенной формы и из них выражаются коэффициенты структурной формы.

- Если среди уравнений есть сверхидентифицируемые, то применяется двухшаговый МНК. Каждый Y в уравнении, кроме Y с коэффициентом 1, заменяется на оценку Y из уравнения регрессии на <u>все</u> X. И оценивается каждое уравнение регрессии.

Пример

Я.Магнус, П.Катышев, А.Пересецкий, С.Головань. Сборник задач к начальному курсу эконометрики.– М.: Дело, 2007, задача 9.2.

Задача 9.2

Рассмотрим проблему идентифицируемости каждого из уравнений в следующей модели:

$$\begin{cases} P_t + \beta_{12}W_t + \gamma_{11}Q_t + \gamma_{13}P_{t-1} = \varepsilon_{1t}, \\ \beta_{21}P_t + W_t + \beta_{23}N_t + \gamma_{22}S_t + \gamma_{24}W_{t-1} = \varepsilon_{2t}, \\ + \beta_{32}W_t + N_t + \gamma_{32}S_t + \gamma_{33}P_{t-1} + \gamma_{34}W_{t-1} = \varepsilon_{3t}, \end{cases}$$

где P_t, W_t, N_t — индекс цен, зарплата, профсоюзный взнос соответственно (эндогенные переменные), а Q_t и S_t — производительность труда и количество забастовок (экзогенные переменные). Как выглядят порядковое и ранговое условия, если известно, что:

а) $\gamma_{11} = 0$,

б) $\beta_{21} = \gamma_{22} = 0$,

в) $\gamma_{33} = 0$?

Пример. Решение

$$\begin{cases} P_t + \beta_{12}W_t + \gamma_{11}Q_t + \gamma_{13}P_{t-1} = \varepsilon_{1t}, \\ \beta_{21}P_t + W_t + \beta_{23}N_t + \gamma_{22}S_t + \gamma_{24}W_{t-1} = \varepsilon_{2t}, \\ + \beta_{32}W_t + N_t + \gamma_{32}S_t + \gamma_{33}P_{t-1} + \gamma_{34}W_{t-1} = \varepsilon_{3t}, \end{cases}$$

В нашем случае мы имеем три эндогенные переменные — P_t, W_t, N_t; две экзогенные — Q_t, S_t и две лагированные эндогенные — P_{t-1}, W_{t-1}. Представим исходную систему в виде следующей таблицы, в ячейках которой стоят коэффициенты при соответствующей переменной в соответствующем уравнении:

	P_t	W_t	N_t	Q_t	S_t	P_{t-1}	W_{t-1}
1-е уравнение	1	β_{12}	0	γ_{11}	0	γ_{13}	0
2-е уравнение	β_{21}	1	β_{23}	0	γ_{22}	0	γ_{24}
3-е уравнение	0	β_{32}	1	0	γ_{32}	γ_{33}	γ_{34}

Пример. Решение

	P_t	W_t	N_t	Q_t	S_t	P_{t-1}	W_{t-1}
1-е уравнение	1	β_{12}	0	γ_{11}	0	γ_{13}	0
2-е уравнение	β_{21}	1	β_{23}	0	γ_{22}	0	γ_{24}
3-е уравнение	0	β_{32}	1	0	γ_{32}	γ_{33}	γ_{34}

Тогда выполнение порядкового условия эквивалентно тому, что в каждом уравнении число нулей не меньше числа уравнений минус 1 (в нашем случае — 2). Отсюда следует, что для каждого уравнения порядковое условие выполнено даже без дополнительных ограничений а), б), в). Проверка выполнения рангового условия для любого уравнения осуществляется так. Надо взять какой-либо нулевой коэффициент этого уравнения, выписать весь соответствующий столбец таблицы (исключая этот нулевой коэффициент), повторить эту операцию для всех нулевых коэффициентов уравнения и получить матрицу, число строк которой будет на единицу меньше числа уравнений, а число столбцов не меньше, чем число уравнений минус 1, в силу выполнения порядкового условия. Тогда выполнение рангового условия эквивалентно тому, что построенная матрица имеет полный ранг (т. е. число уравнений минус 1).

Пример. Решение

	P_t	W_t	N_t	Q_t	S_t	P_{t-1}	W_{t-1}
1-е уравнение	1	β_{12}	0	γ_{11}	0	γ_{13}	0
2-е уравнение	β_{21}	1	β_{23}	0	γ_{22}	0	γ_{24}
3-е уравнение	0	β_{32}	1	0	γ_{32}	γ_{33}	γ_{34}

В нашем случае соответствующие матрицы таковы:

$$\text{1-е уравнение} — \begin{bmatrix} \beta_{23} & \gamma_{22} & \gamma_{24} \\ 1 & \gamma_{32} & \gamma_{34} \end{bmatrix},$$

$$\text{2-е уравнение} — \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{13} \\ 0 & \gamma_{33} \end{bmatrix},$$

$$\text{3-е уравнение} — \begin{bmatrix} 1 & \gamma_{11} \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда получаем:

а) если $\gamma_{11} = 0$, то первое уравнение идентифицируемо, а второе и третье нет;

б) если $\beta_{21} = \gamma_{22} = 0$, то первое и второе уравнения идентифицируемы, а третье нет;

в) если $\gamma_{33} = 0$, то первое и третье уравнения идентифицируемы, а второе нет.

Использованная литература

Я.Магнус, П.Катышев, А.Пересецкий, Эконометрика. Начальный курс: Учебник. – 8-е издание. – М.: Дело, 2007, глава 9.

Thank you
for your attention!

20, Myasnitskaya str., Moscow, Russia, 101000
Tel.: +7 (495) 628-8829, Fax: +7 (495) 628-7931
www.hse.ru