

Фамилия, имя, номер группы:

.....

Внесите сюда ответы на тест:

Вопрос	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ										

Табличка для проверяющих работу:

Тест	1	2	3	4	5	Итого

**Вопрос 1.** Для модели  $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$  с  $E(\varepsilon_i) = 0$  известно, что оценка  $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i}$  обладает наименьшей дисперсией среди линейных несмещённых оценок.

Дисперсии  $\text{Var}(\varepsilon_i)$  пропорциональны

- ☐ A  $1/X_i^2$ 
☐ C  $1/X_i$ 
☐ E  $X_i^2$   
☐ B  $X_i$ 
☐ D  $\sqrt{X_i}$ 
☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 2.** Стьюдентизированные остатки регрессии используются

- ☐ A на первом шаге при проведении теста Годфеля-Квандта
 ☐ D в тесте Саргана  
☐ B в методе главных компонент
 ☐ E для выявления выбросов  
☐ C на первом шаге двухшагового МНК
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 3.** Использование скорректированных стандартных ошибок Уайта при гомоскедастичности приводит к

- ☐ A понижению эффективности МНК оценок коэффициентов
 ☐ D несостоятельности МНК оценок коэффициентов  
☐ B смещённости МНК оценок коэффициентов
 ☐ E получению состоятельной оценки дисперсии случайной ошибки  
☐ C повышению эффективности МНК оценок коэффициентов
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 4.** При выполненных условиях регулярности оценки метода максимального правдоподобия могут НЕ являться

- ☐ A несмещёнными
 ☐ C инвариантными
 ☐ E асимптотически нормальными  
☐ B состоятельными
 ☐ D асимптотически эффективными
 ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 5.** Тест Саргана для проверки валидности инструментов можно использовать только в том случае, если число инструментов

- |  |  |  |
|--|--|--|
| <input type="checkbox"/> <b>A</b> больше числа эндогенных переменных | <input type="checkbox"/> <b>C</b> совпадает с числом эндогенных переменных | <input type="checkbox"/> <b>E</b> совпадает с числом экзогенных переменных |
| <input type="checkbox"/> <b>B</b> меньше числа эндогенных переменных | <input type="checkbox"/> <b>D</b> меньше числа экзогенных переменных       | <input type="checkbox"/> <b>F</b> Нет верного ответа.                      |

**Вопрос 6.** Уоррен Баффет проверяет гипотезу  $H_0: g(\beta) = 0$  для модели  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{i1} + \dots + \beta_k X_{ik} + \varepsilon_i$  с помощью теста множителей Лагранжа. Для теста Уоррену необходимо знать оценки параметров

- |  |   |  |
|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> <b>A</b> регрессии на константу                           | <input type="checkbox"/> <b>C</b> только модели без ограничений | <input type="checkbox"/> <b>E</b> регрессии на все факторы кроме константы |
| <input type="checkbox"/> <b>B</b> модели с ограничениями, и модели без ограничений | <input type="checkbox"/> <b>D</b> только модели с ограничениями | <input type="checkbox"/> <b>F</b> Нет верного ответа.                      |

**Вопрос 7.** В линейной модели  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i$  стохастический регрессор и случайный член  $\varepsilon_i$  коррелированы. Состоятельные оценки коэффициентов можно получить с помощью

- |   |  |  |
|---|--|--|
| <input type="checkbox"/> <b>A</b> обобщённого МНК             | <input type="checkbox"/> <b>C</b> взвешенного МНК          | <input type="checkbox"/> <b>E</b> метода инструментальных переменных |
| <input type="checkbox"/> <b>B</b> метода наименьших квадратов | <input type="checkbox"/> <b>D</b> метода главных компонент | <input type="checkbox"/> <b>F</b> Нет верного ответа.                |

**Вопрос 8.** Рассмотрим логистическую регрессию с пятью регрессорами помимо константы, оцениваемую методом максимального правдоподобия по  $n$  наблюдениям. Статистика  $\hat{\beta}_3 / se(\hat{\beta}_3)$  для проверки значимости коэффициента  $\beta_3$  имеет

- |  |  |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> <b>A</b> асимптотически нормальное распределение          | <input type="checkbox"/> <b>D</b> $t$ -распределение с $n - 5$ степенями свободы |
| <input type="checkbox"/> <b>B</b> $t$ -распределение с $n$ степенями свободы       | <input type="checkbox"/> <b>E</b> $t$ -распределение с $n - 6$ степенями свободы |
| <input type="checkbox"/> <b>C</b> $\chi^2$ -распределение с одной степенью свободы | <input type="checkbox"/> <b>F</b> Нет верного ответа.                            |

**Вопрос 9.** Рассмотрим модель  $Y_i = \beta_0 + \beta_z Z_i + \beta_w W_i + \varepsilon$  при гетероскедастичности. Стандартная ошибка МНК-оценки, рассчитываемая по формуле  $se(\hat{\beta}_w) = \sqrt{RSS \cdot (X'X)^{-1}_{33} / (n - 3)}$ , является

- ☐ A несмещённой                      ☐ C смещённой                      ☐ E состоятельной  
☐ B смещённой вверх                      ☐ D смещённой вниз                      ☐ F Нет верного ответа.

**Вопрос 10.** Переменная  $Y_i$  принимает значения 0 или 1. Логарифмическая функция правдоподобия, используемая для оценивания логит и пробит моделей, имеет вид

- ☐ A  $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln(1 - F(X_i\beta)) + (1 - Y_i) \ln F(X_i\beta)$   
☐ B  $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) \cdot (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i\beta))$   
☐ C  $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) + (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i\beta))$   
☐ D  $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) - (1 - Y_i) \ln F(X_i\beta)$   
☐ E  $\ln L = \sum_{i=1}^n Y_i \ln F(X_i\beta) - (1 - Y_i) \ln(1 - F(X_i\beta))$   
☐ F Нет верного ответа.

Фамилия, имя, номер группы:

.....

1. Сидоров Вова оценивает два неизвестных параметра:  $a$  — где стоят ракеты,  $b$  — где продают конфеты. Вова оценил параметры методом максимального правдоподобия и получил оценки  $\hat{a} = 1.5$ ,  $\hat{b} = 2.5$ . Затем Вова решил проверить гипотезу  $H_0: a = 1$  и  $b = 2$ .

Значения функции правдоподобия, градиента и оценённой информации Фишера в двух точках частично приведены в таблице:

Точка	$\ell(a, b)$	$(\ell'_a, \ell'_b)$	$\hat{I}_F$
$a = 1.5, b = 2.5$	-200	?	$\begin{pmatrix} 16 & -1 \\ -1 & 20 \end{pmatrix}$
$a = 1, b = 2$	-250	$(2, -1)$	$\begin{pmatrix} 10 & -1 \\ -1 & 15 \end{pmatrix}$

Помогите Сидорову Вове!

- а) Заполните пропуск в таблице;  
 б) Проверьте гипотезу  $H_0$  тремя способами: с помощью  $LR$ ,  $LM$  и  $W$  статистик.
2. По 200 наблюдениям исследователь Иннокентий оценил модель логистической регрессии для вероятности сдать экзамен по метрике:

$$\hat{\mathbb{P}}(Y_i = 1) = \Lambda(1.5 + 0.3X_i - 0.4D_i),$$

где  $Y_i$  — бинарная переменная равная 1, если студент сдал экзамен;  $X_i$  — количество часов подготовки студента;  $D_i$  — бинарная переменная равная 1, если студент пробовал пиццу «четыре сыра» в новой столовой.

Оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 0.04 & -0.01 & 0 \\ -0.01 & 0.01 & 0 \\ 0 & 0 & 0.09 \end{pmatrix}$$

- а) Проверьте гипотезу о том, что количество часов подготовки не влияет на вероятность сдать экзамен.  
 б) Посчитайте предельный эффект увеличения каждого регрессора на вероятность сдать экзамен для студента не пробовавшего пиццу и готовившегося 24 часа. Кратко, одной-двумя фразами, прокомментируйте смысл полученных цифр.  
 в) При каком значении  $D_i$  предельный эффект увеличения  $X_i$  на вероятность сдать экзамен максимален, если  $X_i = 20$ ?

3. Билл Гейтс оценил регрессию  $\hat{Y}_i = 4 + 0.4X_i + 0.9W_i$ ,  $RSS = 520$ ,  $R^2 = 2/15$ .

Про матрицу регрессоров  $X$  известно, что

$$X'X = \begin{pmatrix} 29 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 10 \\ 0 & 10 & 80 \end{pmatrix}$$

- а) Сколько наблюдений было у Билла Гейтса?
  - б) Найдите выборочное среднее переменных  $X$ ,  $W$  и  $Y$ .
  - в) Постройте 95%-й доверительный интервал для значения зависимой (индивидуальный прогноз) переменной при  $X = 1$  и  $W = 3$ .
4. Величины  $X_1, \dots, X_{100}$  распределены независимо и равномерно на отрезке  $[-3a; 5a]$ . Оказалось, что  $\sum_{i=1}^{100} X_i = 200$  и  $\sum_{i=1}^{100} |X_i| = 500$ .

- а) Оцените параметр  $a$  методом моментов, используя момент  $E(X_i)$ .
- б) Оцените параметр  $a$  обобщённым методом моментов, используя моменты  $E(X_i)$  и  $E(|X_i|)$ , и взвешивающую матрицу  $W = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 64 \end{pmatrix}$ .

5. Контора «Рога и Копыта» определяет необходимый запас рогов,  $Y$ , в зависимости от ожидаемых годовых продаж рогов,  $X^e$ , по формуле  $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i^e$ . Коэффициенты  $\beta_0$  и  $\beta_1$  держатся в строжайшей тайне!

В распоряжении холдинга «Рог изобилия» оказались данные по запасам рогов,  $Y$ , и фактическим годовым продажам рогов,  $X$ , конторы «Рога и Копыта». Фактические продажи рогов связаны с ожидаемыми уравнением  $X_i = X_i^e + u_i$ .

Исследователи холдинга хотят оценить секретные коэффициенты  $\beta_0$  и  $\beta_1$  с помощью простой регрессии  $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$  методом наименьших квадратов.

- а) Найдите предел по вероятности для  $\hat{\beta}_1$  и  $\hat{\beta}_0$ . Являются ли оценки состоятельными?
- б) Если оценки не являются состоятельными, то по шагам опишите алгоритм получения состоятельных оценок. Если алгоритм требует получения дополнительных переменных, то укажите, какими свойствами они должны обладать.

Векторы  $(X_i^e, u_i)$  одинаково распределены при любом  $i$  и независимы.