Эконометрика, 2020-2021, 3 модуль
Семинар 2
18.01.2020
Группы Э_Б2018_Э_3
Семинарист О.А.Демидова

Обобщенный МНК

Вопрос 1. Для модели $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$ с $\mathrm{E}(\varepsilon_i) = 0$ известно, что оценка $\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{\sum_{i=1}^{n} X_i}$ обладает наименьшей дисперсией среди линейных несмещённых оценок.

Дисперсии $\mathrm{Var}(\varepsilon_i)$ пропорциональны

A $1/X_i^2$	C $1/X_i$	E X_i^2
B X_i	D $\sqrt{X_i}$	F Нет верного ответа.

Вопрос 2.

Рассмотрим модель $Y_i = \mu + \varepsilon_i, E(\varepsilon_i) = 0, cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j, Var(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2/X_i, i = 1, \ldots, 4$ при $X = (1, 2, 3, 4)$, полученную обычным и обобщенным МНК. Во сколько раз дисперсия оценки коэффициента μ для модели, оцененной обобщенным МНК с учетом особенностей ковариационной матрицы ошибок, будет меньше дисперсии оценки, полученной обычным МНК?

3) Учебник Демешев и Борзых

8.7 По наблюдениям $x = (1, 2, 3)'$, $y = (2, -1, 3)'$ оценивается модель $y = \beta_1 + \beta_2 x + \varepsilon$. Ошибки ε гетероскедастичны и известно, что $\mathrm{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \cdot x_i^2$.

1. Найдите оценки $\hat{\beta}_{ols}$ с помощью МНК и их ковариационную матрицу.
2. Найдите оценки $\hat{\beta}_{gls}$ с помощью обобщенного МНК и их ковариационную матрицу.

8.15 Рассматривается модель $y_t = \beta_1 + \varepsilon_t$, где ошибки ε_t — независимые случайные величины с $\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0$ и $\mathrm{Var}(\varepsilon_t) = t$. Найдите наиболее эффективную оценку неизвестного параметра β_1 в классе линейных по y и несмещённых оценок.

8.16 Рассматривается модель $y_t = \beta_1 + \varepsilon_t$, где ошибки ε_t — независимые случайные величины с $\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0$ и $\mathrm{Var}(\varepsilon_t) = t^2$. Найдите наиболее эффективную оценку неизвестного параметра β_1 в классе линейных по y и несмещённых оценок.

8.17 Рассматривается модель $y_t = \beta_1 x_t + \varepsilon_t$, где ошибки ε_t — независимые случайные величины с $\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0$ и $\mathrm{Var}(\varepsilon_t) = t$. Найдите наиболее эффективную оценку неизвестного параметра β_1 в классе линейных по y и несмещённых оценок.

8.18 Рассматривается модель $y_t = \beta_1 x_t + \varepsilon_t$, где ошибки ε_t — независимые случайные величины с $\mathbb{E}(\varepsilon_t) = 0$ и $\mathrm{Var}(\varepsilon_t) = t^2$. Найдите наиболее эффективную оценку неизвестного параметра β_1 в классе линейных по y и несмещённых оценок.

Метод максимального правдоподобия

5.4 Совместное распределение величин X и Y задано функцией

$$f(x, y) = \frac{\theta(\beta y)^x e^{-(\theta+\beta)y}}{x!}.$$

Величина X принимает целые неотрицательные значения, а величина Y — действительные неотрицательные. Имеется случайная выборка $(X_1, Y_1), \ldots (X_n, Y_n)$.

С помощью метода максимального правдоподобия оцените

1. θ и β;
2. $a = \theta/(\beta + \theta)$.

2)

Оценки коэффициентов линейной регрессии, полученные методом максимального правдоподобия и методом наименьших квадратов в случае нормально распределенной случайной составляющей, будут совпадать

- A всегда
- B никогда
- C если ковариационная матрица случайной составляющей нулевая
- D если ковариационная матрица случайной составляющей диагональна
- ■ если ковариационная матрица случайной составляющей пропорциональна единичной
- F *Нет верного ответа.*

3)

Методом максимального правдоподобия Гоша оценил модель

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_{i2} + \ldots + \beta_6 X_{i6} + \varepsilon_i,$$

где $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2 I)$, по 12 наблюдениям. Оказалось, что $RSS = 24$. Оценка дисперсии случайной составляющей равна

- A 0.5
- C 2.4
- ■ 2
- B 24/7
- D 0.48
- F *Нет верного ответа.*