Демонстрационный вариант

В большинстве задач ответом является число. Если число не целое, запишите его в виде десятичной дроби, округлив её до двух знаков после точки. В качестве разделителя целой и дробной частей используйте **точку**.
Если формат ответа в задаче иной, в условии даются инструкции по вводу ответа. Будьте внимательны!
В каждой из задач 1-9 есть пункты а) и б). Правильный ответ в пункте а) стоит **5 баллов**, а в пункте б) — **10 баллов** (неправильные оцениваются в 0 баллов), при этом за задачу выставляется **наибольший** балл из оценок за пункты а) и б). Задача 10 весит 10 баллов.

Задача 1. а) Найдите значение предела:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\cos^3 4n}{\log_7 n}.$$

Ответ: 0

б) Найдите значение предела:

$$\lim_{x\to 0} \left(\cos(\ln\cos 2x)\right)^{\frac{\ln 2}{\ln(\cos x^2)}}.$$

Ответ: 16

Задача 2. а) Вычислите определенный интеграл, принимая значение $e = 2.7$:

$$\int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$$

Ответ округлите до одного знака после запятой.

Ответ: 3.4

б) Найдите значение предела:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1\cdot e^{\frac{1}{n}} + 2\cdot e^{\frac{2}{n}} + \ldots + n\cdot e^{\frac{n}{n}}}{n^2}$$

Ответ: 1

Задача 3. а) Найдите наименьшее по модулю собственное значение матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix},$$

Ответ округлите до целого.

Ответ: 0

б) Сумма элементов главной диагонали матрицы A из предыдущего пункта равна $1 + (-2) + 2 = 1$. Найдите сумму элементов главной диагонали матрицы A^{11}.

Ответ: 2047

Задача 4. а) Найдите $\cos\alpha$, где α - угол между векторами $\{0, -4, 3\}$ и $\{3, 4, 0\}$. Ответ округлите до сотых.

Ответ: -0.64

б) Плоскость α в трехмерном пространстве задана уравнением:

$$\alpha\colon\ 2x + 3y + z + 1 = 0.$$

Рассмотрим точку $A = (1, -2, 3)$, лежащую в плоскости α. Известно, что ортогональная проекция A на некоторую плоскость β есть точка $B = (-1, 0, 5)$. Найдите координаты точки, лежащей в плоскости β, ортогональная проекция которой на плоскость α есть точка A.

В ответ запишите координаты полученной точки через запятую, без скобок и других символов. Например, если у Вас получилась точка $(1, -3, 2)$, в ответ нужно записать «1,-3,2» (без кавычек).

Ответ: 7,7,6

Задача 5. а) В магазине представлено 15 видов цветов. Вася хочет подарить на 8 марта цветок маме, сестре и коллеге по работе Маше. Всем этим женщинам он хочет подарить по одному цветку, но все цветки - разных видов. Сначала Вася выбирает цветок маме. Из оставшихся - выбирает цветок сестре. Из оставшихся видов - коллеге по работе. Сколькими способами Вася может сделать свой выбор?

Ответ: 2730

б) В магазине представлено 15 видов цветов, из которых ровно 4 — виды роз. Покупатель хочет собрать букет из 7 цветков, в котором есть хоть одна роза, а суммарно ровно 4 вида цветов. Сколькими способами он может это сделать? Цветы одного вида считаются одинаковыми.

Ответ: 20700

Задача 6. а) На лето учащимся школы было задано прочитать два произведения: «Преступление и наказание» и «Отцы и дети». Всего учащихся 65, и каждый из них прочел хотя бы одно из этих произведений. Известно, что «Преступление и наказание» прочли 47 человек, оба произведения прочли 15 человек. Сколько человек прочли «Отцы и дети»?

Ответ: 33

б) На лето 200 учащимся школы было задано прочитать три произведения: «Война и мир», «Преступление и наказание» и «Отцы и дети». Известно, что ровно 150 учеников прочитали «Войну и мир», ровно 134 — «Преступление и наказание» и ровно 168 — «Отцы и дети». Какое наименьшее число учащихся могло прочесть все три произведения?

Ответ: 52

Задача 7. а) На столе лежит две монеты: одна обыкновенная, а другая «счастливая» — орел на ней выпадает с вероятностью 1. Наугад выбираются одна монета и подбрасывается три раза. Какова вероятность, что эта монета обыкновенная, если все три раза выпал орел?

(Запишите ответ в виде десятичной дроби, округлив её до двух знаков после точки.)

Ответ: 0.11

б) Плотность совместного распределения случайных величин X и Y имеет вид:

$$\rho_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 6xy^2, & \text{если } 0 \leqslant x \leqslant 1 \ \text{ и } \ 0 \leqslant y \leqslant 1; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Найдите вероятность того, что $X \geqslant Y$.

Ответ: 0.4 ИЛИ 0.40

Задача 8. Из корзины, в которой лежит 4 черных и 6 белых шаров, по очереди достают 3 шара в случайном порядке.

а) Какова вероятность, что все три вынутых шара белые? Ответ округлите до сотых.

Ответ: 0.167

б) Из корзины достали еще три шара. Найдите математическое ожидание числа белых шаров среди всех шести вынутых.

Ответ: 3.6 ИЛИ 3.60

Задача 9. а) Нижеприведённая программа получает на вход массив целых чисел и выводит целое число. Что выведет программа, получив на вход следующий массив (элементы массива нумеруются с 1):

$$A = [3, -2, 4, -1, 6, 5, 0, 3, -1, 1]?$$

```
Input  : array A
n ← size of A                    // В переменную n записывается размер массива A
for i := 1 to n − 1 do
    if A[i] > A[i + 1] then
        A[i] ← A[i] + A[i + 1]
        A[i + 1] ← A[i] − A[i + 1]
        A[i] ← A[i] − A[i + 1]
    end
end
Output: A[n]
```

Ответ: 6

б) Нижеприведённая программа получает на вход массив из нулей и единиц и выводит целое число (элементы массива нумеруются с 1). Найдите массив A наименьшей длины, после подачи которого на вход программа выведет 185.

В ответ запишите элементы массива через запятую, без скобок и других символов. Например, если у Вас получился массив $[0, 0, 0, 1, 1]$, в ответ нужно записать «0,0,0,1,1» (без кавычек).

```
Input  : array A
n ← size of A                    // В переменную n записывается размер массива A
m ← 1
for i := 1 to n do
    if A[i] = 0 then
        m ← m − 1
        m ← 3 · m
    end
    if A[i] = 1 then
        m ← 3 · m
        m ← m − 1
    end
end
Output: m
```

Ответ: 1,0,1,0,1,1

Задача 10. Дата сайентисты некоторой компании решают задачу прогнозирования удовлетворенности клиента полетом на основании нижеприведенных данных.

	Gender	Customer Type	Age	Type of Travel	Class	Flight Distance	Departure Delay in Minutes	Arrival Delay in Minutes	Food and drink
0	Male	Loyal Customer	13	Personal Travel	Eco Plus	460	25	18.0	5
1	Male	disloyal Customer	25	Business travel	Business	235	1	6.0	1
2	Female	Loyal Customer	26	Business travel	Business	1142	0	0.0	5
3	Female	Loyal Customer	25	Business travel	Business	562	11	9.0	2
4	Male	Loyal Customer	61	Business travel	Business	214	0	0.0	4
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
103899	Female	disloyal Customer	23	Business travel	Eco	192	3	0.0	2
103900	Male	Loyal Customer	49	Business travel	Business	2347	0	0.0	2
103901	Male	disloyal Customer	30	Business travel	Business	1995	7	14.0	4
103902	Female	disloyal Customer	22	Business travel	Eco	1000	0	0.0	1
103903	Male	Loyal Customer	27	Business travel	Business	1723	0	0.0	1

103904 rows × 9 columns

Y:

```
0         neutral or dissatisfied
1         neutral or dissatisfied
2                       satisfied
3         neutral or dissatisfied
4                       satisfied
                   ...
103899    neutral or dissatisfied
103900                  satisfied
103901    neutral or dissatisfied
103902    neutral or dissatisfied
103903    neutral or dissatisfied
Name: satisfaction, Length: 103904,
```

```
neutral or dissatisfied    0.566667
satisfied                  0.433333
Name: satisfaction, dtype: float64
```

Ниже представлены распределения значений в каждой из колонок и краткие их описания.

```
Female    0.507459
Male      0.492541
Name: Gender, dtype: float64
```

```
Loyal Customer       0.817322
disloyal Customer    0.182678
Name: Customer Type, dtype: float64
```

```
Business travel    0.689627
Personal Travel    0.310373
Name: Type of Travel, dtype: float64
```

```
4    24359
5    22313
3    22300
2    21988
1    12837
0      107
Name: Food and drink, dtype: int64
```

```
mean       1189.448375
std         997.147281
min          31.000000
25%         414.000000
50%         843.000000
75%        1743.000000
max        4983.000000
Name: Flight Distance,
```

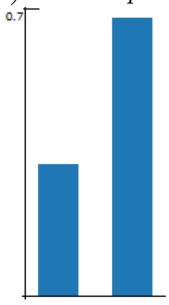
```
mean         14.815618
std          38.230901
min           0.000000
25%           0.000000
50%           0.000000
75%          12.000000
max        1592.000000
Name: Departure Delay in Minutes,
```

Ответьте на вопросы по данным (верный ответ на каждый вопрос - 2 балла).

Варианты ответа на вопросы 1-3:
a) Gender
b) Customer Type
c) Age
d) Type of Travel
e) Class

f) Flight Distance
g) Departure Delay in Minutes
h) Arrival Delay in Minutes
i) Food and drink

1) Гистограмма распределения какого столбца изображена ниже?



2) Мода какого столбца равна 4?

3) Какие из перечисленных столбцов имеют непрерывное распределение?

Мы хотим прогнозировать один из двух классов y для каждого клиента: satisfied (1) или neutral or dissatisfied (0).

4) Задачу какого типа мы решаем?

a) Классификации, в этой задаче прогнозируемая переменная принимает конечное множество значений.

b) Регрессии, в этой задаче прогнозируемая переменная может принимать бесконечное множество значений.

c) Кластеризации, в этой задаче не задана прогнозируемая переменная.

d) По информации выше определить невозможно.

5) Дата сайентист Василий вывел формулу для прогноза удовлетворенности

$$y = [1 - 0.2 \cdot DDM - 0.3 \cdot ADM + 0.15 \cdot Age > 0] - 1, \text{если Customer Type} = \text{“Loyal Customer”}$$

,

$$y = 1, \text{если Type of travel} = \text{“Personal Travel”}.$$

Пояснения обозначений:
- [x] = 1, если выражение x верно, и 0 иначе
- DDM сокращение Departure Delay in Minutes (см.таблицу)
- ADM сокращение Arrival Delay in Minutes (см.таблицу).

Выберите все верные недостатки этой формулы прогноза:
a) формула может выдавать прогноз, отличающийся от 0 или 1
b) формула может выдавать различные прогнозы для одного и того же клиента
c) формула не подходит для решения задачи классификации на два класса
d) у этой формулы нет недостатков.