

# ВВЕДЕНИЕ В ДИСКРЕТНУЮ МАТЕМАТИКУ

для образовательной программы «Экономика»  
направления 38.03.01  
подготовки бакалавра

Н. Л. Поляков

Высшая Школа Экономики,  
Факультет экономических наук,  
Москва

Дисциплина «Введение в дискретную математику» знакомит с фундаментальными математическими понятиями, используемыми для построения формальных моделей.

Дисциплина включает в себя элементы

- теории множеств,
- теории булевых функций,
- теории графов,
- конечной и бесконечной комбинаторики,
- рекуррентных последовательностей.

Рассматриваются приложения дискретной математики к:

- созданию и использованию реляционных баз данных,
- принятию решений,
- комбинаторной теории вероятностей,
- теоретической экономике.

# Основные цели освоения

- Получить представление о фундаментальных математических понятиях и их использовании для построения формальных моделей.
- Овладеть языком теории множеств, отношений и функций как основным инструментом описания математических структур.
- Получить представление о методах решения задач, формализованных на языке теории графов.
- Освоить основные комбинаторные принципы и их приложения в теории вероятностей.
- Изучить основы анализа дискретных процессов.






- 1 Язык множеств, отношений и функций как универсальный язык описания формальных моделей. Основные понятия: множество и принадлежность. Стандартные обозначения: пустое множество, множество, заданное перечислением и свойством, отношение включения. Представление об аксиоматической теории множеств. Аксиома объемности. Элементарные операции над множествами: объединение, пересечение, разность, симметрическая разность. Алгебра множеств.
- 2 Более сложные операции над множествами: «большие» объединения и пересечения, декартово произведение, множество-степень. Бинарные соответствия и отношения. Операции над бинарными соответствиями и отношениями: общие для множеств, композиция, обратное соответствие. Типы бинарных отношений: рефлексивные, иррефлексивные, симметричные, асимметричные, антисимметричные, транзитивные отношения. Транзитивное замыкание. Приложения к созданию и использованию реляционных баз данных.

# Содержание дисциплины





- 3. Отношения эквивалентности и порядка. Строгий и нестрогий частичный и линейный порядок на множестве. Естественные порядки на декартовом произведении упорядоченных множеств. Наибольший/наименьший и максимальный/минимальный элемент. Точная верхняя и точная нижняя грань. Понятие о решетках. Отношение эквивалентности и фактор-множество.
- 4. Функции. Типы функций: инъективные, сюръективные, биективные функции. Обратимость функции. Функции нескольких переменных. Операция суперпозиции и функциональная выразимость. Экономические примеры: функции и отношения в задачах принятия решений (функции выбора, отношения предпочтения, функции полезности).
- 5. Булевы функции, булевы матрицы и векторы. Понятие булевой функции. Простейшие булевы функции. Представление булевых функций с помощью СДНФ и СКНФ. Полные классы булевых функций. Предполные классы и критерий Поста. Логические (булевы) матрицы и векторы. Характеристический вектор подмножества. Характеристическая матрица бинарного отношения. Двоичное представление операций над множествами и отношениями. Дальнейшие приложения к созданию и использованию реляционных баз данных.

- 6 Элементы теории графов. Ориентированные и неориентированные графы. Взвешенные и раскрашенные графы. Основные понятия: вершины, ребра (дуги), петли, пути, циклы. Матрица смежности, матрица инцидентности. Теорема о степени матрицы смежности. Эйлеровы и Гамильтоновы пути. Типы графов: деревья, двудольные и  $n$ -дольные графы, полные ориентированные графы (турниры), направленные ориентированные графы. Экономические примеры: расчеты сетевых графиков, практические задачи о паросочетаниях и иные задачи, формализуемые на языке теории графов.
- 7 Элементы теории графов (продолжение). Планарные графы. Формула Эйлера для планарных графов. Признаки непланарности графа. Внешняя и внутренняя устойчивость. Ядро графа. Экономический пример: решение задачи выбора по Нейману-Моргенштерну.
- 8 Понятие о мощности множества. Сравнение множеств по мощности. Теорема Кантора-Бернштейна. Конечные, счетные и несчетные множества. Счетность множества пар натуральных чисел, множества рациональных чисел. Диагональный метод Кантора. Несчетность множества действительных чисел. Экономический пример: теорема Кантора о непредставимости лексикографических предпочтений с помощью функции полезности.

- 9 Элементы комбинаторики: мощности конечных множеств. Конечность по Дедкинду. Принцип суммы, правило включений и исключений. Принцип произведения. Принцип Дирихле. Приложения в теории вероятностей.
- 10 Элементы комбинаторики (продолжение). Подсчеты количества элементов «стандартных» множеств. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты. Числа Стирлинга, числа Белла. Дальнейшие приложения в теории вероятностей.
- 11 Дискретные процессы и рекуррентные формулы. Линейные рекуррентные последовательности. Экономические примеры: модели начисления процентов, модель аннуитетных платежей, паутиная модель рынка, модель делового цикла Самуэльсона-Хикса, простейшие модели численности популяции или распространения информации.

-  Верещагин Н.К., Шень А. – Лекции по математической логике и теории алгоритмов. Часть 1. Начала теории множеств. – Московский центр непрерывного математического образования – 2008.
-  Алескеров Ф.Т., Хабина Э.Л., Шварц Д.А. – Бинарные отношения, графы и коллективные решения. – Издательство «Физматлит» – 2012.
-  Вечтомов Е. М., Широков Д. В. – Математика: множества, логика, комбинаторика, 2-е изд. Учебное пособие для вузов. – М.: Издательство Юрайт – 2021.
-  Гашков С. Б., Фролов А. Б. - Дискретная математика, 2-е изд., испр. и доп. Учебник и практикум для академического бакалавриата. – М.: Издательство Юрайт – 2019.
-  Марченков С.С. – Основы теории булевых функций. – Издательство «Физматлит» – 2014.
-  Микони С. В. – Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы. – Издательство «Лань» – 2021.



-  Гордин В. А. – Дифференциальные и разностные уравнения: Какие явления они описывают и как их решать. – Москва: ВШЭ – 2016.
-  Лавров И.А., Максимова Л.Л. – Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – Издательство «Физматлит» – 2002.
-  Алескеров Ф. Т., Хабина Э. Л., Шварц Д. А., Егорова Л. Г. – Бинарные отношения, графы и коллективные решения. Примеры и задачи. Учебное пособие для вузов – М.: Издательство Юрайт – 2021.
-  Пак В. Г. – Дискретная математика: теория множеств и комбинаторный анализ. Сборник задач. Учебное пособие для вузов. – М.: Издательство Юрайт – 2021.