



**МИЭМ**

Образовательная программа  
бакалавриата «Прикладная  
математика», 3-й и 4-й курсы

2023

# Специализация бакалавриата «Математические и компьютерные методы для современных технологий»

## Руководитель специализации

Доцент департамента прикладной математики, к.ф.-м.н.

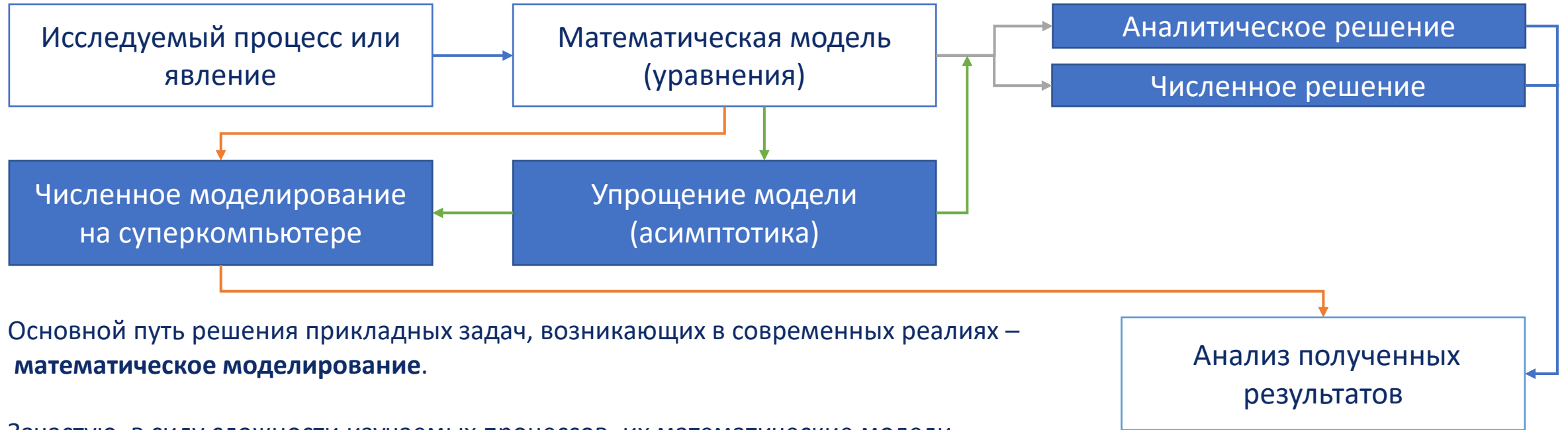
[Гайдуков Роман Константинович](#)

email: [rgaydukov@hse.ru](mailto:rgaydukov@hse.ru)

*Буду рад ответить на ваши вопросы!*



## Современный подход к решению прикладных задач



Основной путь решения прикладных задач, возникающих в современных реалиях – **математическое моделирование**.

Зачастую, в силу сложности изучаемых процессов, их математические модели не допускают простого аналитического или численного решения (путь  $\rightarrow$ ) - «Все простое уже решено и исследовано».

Существуют два пути решения сложных задач:

- прямое численное моделирование на суперкомпьютерах (путь  $\rightarrow$ ), но это не всегда возможно за какое-либо разумное время (некоторые задачи можно моделировать неделями, месяцами и т.д.)
- упрощение их математическими методами (путь  $\rightarrow$ ), а затем идти по любому из путей

## Цели и задачи специализации

Математика, компьютерные науки и методы анализа данных совершили в конце прошлого и начале нынешнего веков революционный скачок в своем развитии.

- ✓ Задача дисциплин данной специализации: обучить студентов новым ключевым математическим методам и передовым компьютерным технологиям на максимально простом уровне.
- ✓ Содержание дисциплин данной специализации сочетает современные теоретические методы прикладной математики и новейшие программные технологии с реальной практикой на [суперкомпьютере ВШЭ](#).
- ✓ Широта получаемых знаний позволяет выпускникам достаточно свободно ориентироваться в современных подходах и алгоритмах моделирования, обеспечивая конкурентоспособность и создавая преимущественные позиции для дальнейшего образования и деловой или академической карьеры.
- ✓ Возможно дальнейшее продолжение учебы в магистратуре [«Системный анализ и математические технологии»](#) и в магистратурах других направлений, а также в аспирантуре!
- ✓ Возможно участие в реальных научных проектах лабораторий под руководством профессионалов мирового уровня:
  - Лаборатория [«Математические методы естествознания»](#)
  - Международная [лаборатория суперкомпьютерного атомистического моделирования и многомасштабного анализа](#)

## Преподаватели и спецкурсы специализации

- ✓ представляют школы мирового уровня по математике и компьютерным наукам,
- ✓ являются активно действующими исследователями,
- ✓ участвуют в научных проектах и прикладных разработках

### 3 курс

- Асимптотические методы:

[Роман Константинович Гайдуков](#), к.ф.-м.н.

### 4 курс

- Математические модели нелинейных процессов:

[Владимир Григорьевич Данилов](#), д.ф.-м.н., профессор

- Введение в суперкомпьютерное моделирование:

[Василий Вячеславович Писарев](#), к.ф.-м.н.

[Григорий Сергеевич Смирнов](#), к.ф.-м.н.

- Статистический анализ и моделирование сложных систем:

[Ольга Владимировна Вальба](#), к.ф.-м.н., PhD

# Асимптотические методы

## Зачем нужны асимптотические методы?

- Математическое моделирование явлений, описывающих реальный мир, приводит к довольно сложным для прямого решения задачам (в том числе и на суперкомпьютере – для решения требуются дни, недели, месяцы...)
- Однако, часто задачи содержат малый или большой параметр (например, уравнение Шредингера содержит постоянную Планка  $\hbar \approx 10^{-34}$  – малый параметр)
- Наличие малого параметра позволяет упростить исходную задачу с помощью асимптотического анализа (например – формула Тейлора)
- Упрощенная задача является хорошим приближением исходной, но в то же время допускает простое решение – аналитическое или численное (но без необходимости применения суперкомпьютера)

## Что будет в курсе?

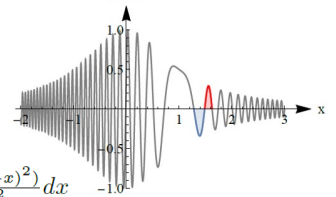
- ✓ Основные асимптотические методы и идеи, на которых они основаны, в частности: асимптотика сумм, интегралов, решений обыкновенных дифференциальных уравнений
- ✓ Применение асимптотических методов для решения большого количества задач (курс ориентирован на практику)
- ✓ Рассматриваются как непрерывные, так и дискретные задачи

$$n! \sim \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

Формула Стирлинга,  $n \rightarrow \infty$

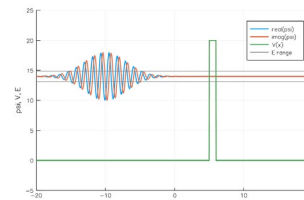
$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k} = \ln(n) + \gamma + O(1/n)$$

Асимптотика гармонической суммы,  $n \rightarrow \infty$



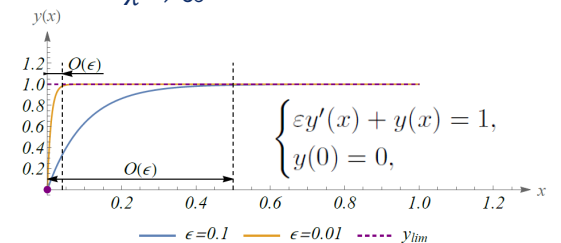
$$\int_{-2}^3 \frac{\cos(\lambda(1-x)^2)}{1+x^2} dx$$

Интегралы от  
быстроосциллирующих функций,  
 $\lambda \rightarrow \infty$



$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Psi(x) + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x)$$

Квантовое туннелирование,  $\hbar \ll 1$



Пограничный слой в ОДУ,  $\epsilon \ll 1$

# Математические модели нелинейных процессов

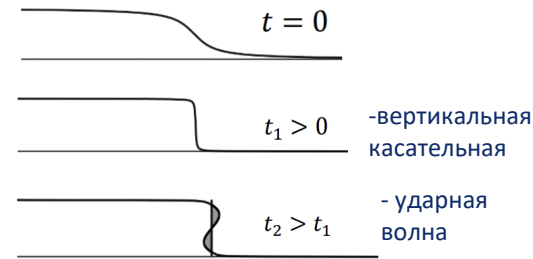
➤ В отличие от ранее изученных математических курсов, здесь речь идет об исследовании нелинейных задач, которые очень часто встречаются при изучении процессов реального мира

## Что будет в курсе?

- ✓ Квазилинейные уравнения первого порядка, на примере которых рассматривается типичный эффект потери гладкости решения, описываются образование и распространение ударных волн, структура глобального (непрерывного, но не гладкого или многозначного) решения уравнения Гамильтона-Якоби
- ✓ Эффект концентрации массы на разрывах поля скоростей – это основной механизм в модели Зельдовича – Арнольда – Шандарина распределения массы во Вселенной, а также в моделях пылевых облаков – гранулированных сред
- ✓ Регуляризация негладкости методом малой вязкости (метод Маслова-Уизема-Кузмака), в рамках которого рассматриваются асимптотики решений типа уединенных нелинейных волн (пример таких решений - функции, описывающие фазовые переходы типа плавления – затвердевания и известные в нелинейных задачах решения типа солитонов)
- ✓ Методы типа ВКБ решения параболических уравнений – уравнений типа Колмогорова – Фоккера – Планка и задачи о случайных блужданиях на решетках, упомянем и о шашках Фейнмана

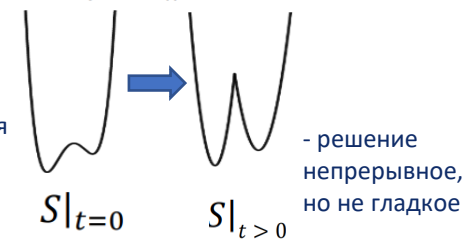
$$U_t + (U^2)_x = 0$$

$$U|_{t=0} = u_0(x)$$



Потеря гладкости решения

$$S_t + (S_x)^2 = 0$$



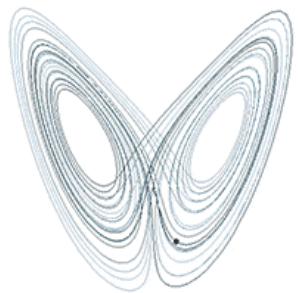
Уравнение Гамильтона-Якоби

- Несмотря на кажущуюся разнородность, все перечисленные задачи объединяются общим подходом к их решению, общими возникающими при построении решений геометрическими структурами
- Для простоты, почти все задачи исследуются в случае одной пространственной переменной
- Многомерные задачи сложнее, но излагаемая в курсе математическая техника, в многих случаях, довольно легко обобщается на многомерные задачи

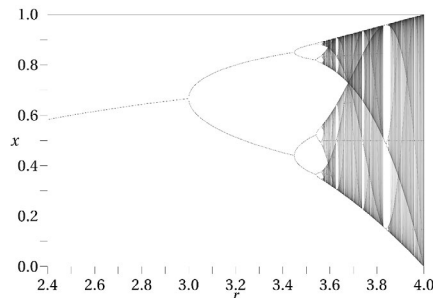
# Статистический анализ и моделирование сложных систем

## Что будет в курсе?

- ✓ Элементы теории динамического хаоса
- ✓ Основные методы описания и моделирования сложных систем
- ✓ Сетевые подходы изучения сложных систем
- ✓ Помимо теории - основные библиотеки Python для анализа и моделирования сложных систем
- ✓ Применение теоретических знаний к реальным практическим задачам



Пример хаотических траекторий в системе Лоренца



Бифуркационная диаграмма логистического отображения

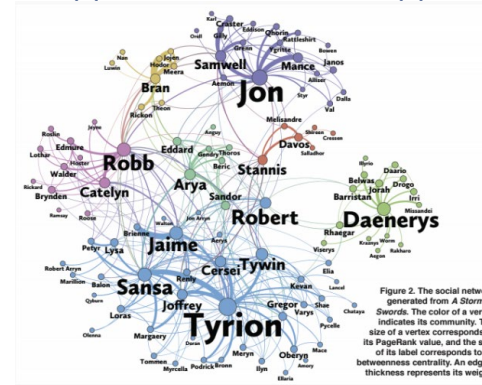
## Один из изучаемых объектов:

**Сложные сети (complex networks)** – это существующие в природе сети (графы) обладающие нетривиальными топологическими свойствами

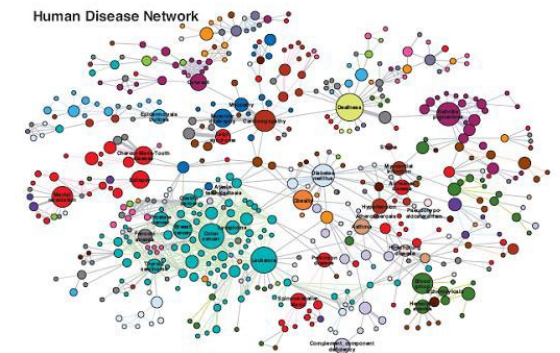
- элементы системы (вершины сети)
- связи между элементами системы (парные взаимодействия)

## В рамках курса:

- статистический анализ, поиск закономерностей
- модели случайных графов
- динамические модели на сетях



Социальная сеть (Игра Престолов)



Пример биологической сети

# Введение в суперкомпьютерное моделирование

## Что будет в курсе?

- ✓ Технологии удаленной работы на [суперкомпьютере ВШЭ](#)



- ✓ Параллельные алгоритмы для задач математического моделирования

- ✓ Программирование вычислительных задач



- ✓ Технологии параллелизации вычислительных программ



- ✓ Основы программирования на графических процессорах





